CHAP 7- CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE NEWTONIENNES

La cinématique étudie le mouvement sans en chercher les causes. C'est la partie I.
La dynamique étudie l'effet des forces sur le mouvement. C'est la partie II.

I Les vecteurs pour décrire un mouvement

1. Système étudié

Le système est la partie matérielle de l'Univers que l'on souhaite étudier. Il s'agit d'un objet (ponctuel ou non) ou d'un ensemble d'objets, rigides ou déformables.
Le système étudié peut être petit (exemple : un électron) ou grand (exemple : le système solaire).

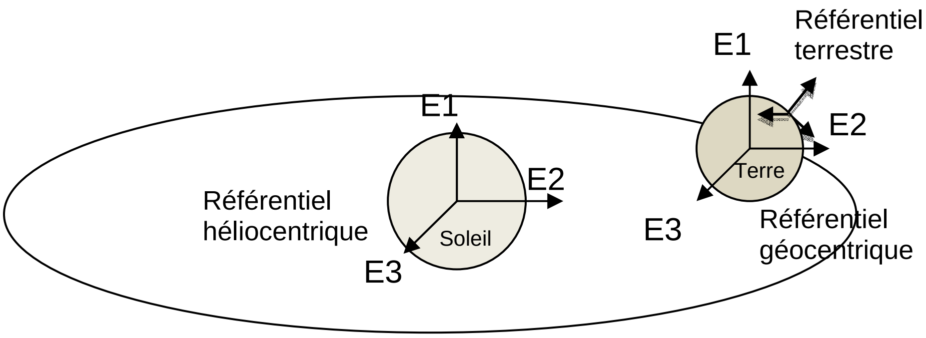
2. Choix du référentiel

Un référentiel est un solide par rapport auquel on étudie le mouvement.

Le référentiel terrestre : tout objet immobile par rapport au sol est un référentiel terrestre.

Le référentiel géocentrique : origine le centre de la Terre et 3 axes dirigés vers 3 étoiles lointaines 'fixes'

Le référentiel héliocentrique: origine le centre du Soleil, 3 axes dirigés vers 3 étoiles lointaines 'fixes'



Un référentiel est dit galiléen si la première loi de Newton (principe d'inertie) est vérifiée dans ce référentiel.
Le référentiel héliocentrique est rigoureusement galiléen.

Un référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel galiléen est un référentiel galiléen.
Un référentiel qui tourne, ralentit ou accélère par rapport à un autre référentiel galiléen n'est pas galiléen.

Le référentiel terrestre n'est pas galiléen en raison de la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles mais on peut le considérer comme galiléen pour l'étude des mouvements de courte durée (quelques minutes) au voisinage de la Terre.
Le référentiel géocentrique n'est pas galiléen en raison de la rotation de la Terre autour du Soleil mais on peut le considérer comme galiléen pour l'étude des mouvements de courte durée (quelques heures) au voisinage de la Terre, par exemple le mouvement des satellites terrestres.

3. Choix d'un repère d'espace et de temps

On associe au référentiel un repère d'espace et de temps pour réaliser les études du mouvement.

le repère d'espace est constitué :

- D'un point O fixe dans le référentiel choisi (origine des espaces)
- De trois axes en général orthonormés

À un référentiel donné on peut associer une infinité de repères d'espace.

Un repère de temps est constitué :

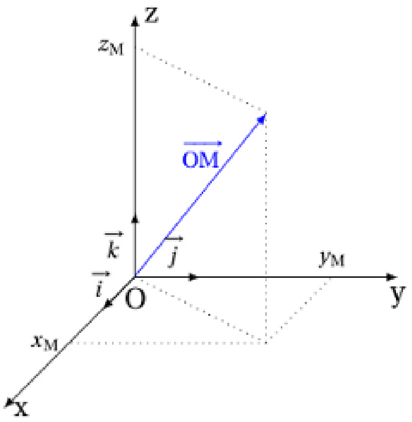
- D'un instant $t_0=0$ pris comme origine des temps
- La date t correspond à la durée entre les instants t et t_0

4. Vecteur position

On prend un repère d'espace orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. La position de M à une date donnée est définie par les coordonnées cartésiennes de M ou les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$:
Lorsqu'un mobile se déplace sur sa trajectoire, sa position change au cours du temps.
A chaque position *OM* est donc associée une date *t*.
La position étant donc fonction du temps, on la notera : $\overrightarrow{OM}\,(t)$

$$\boxed{\overrightarrow{OM(t)} = x_M(t)\vec{i} + y_M(t)\vec{j} + z_M(t)\vec{k}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OM(t)} = \begin{pmatrix} x_M(t) \\ y_M(t) \\ z_M(t) \end{pmatrix}}$$



Rque :
Dans la pratique on écrira plus rapidement les coordonnées sans la lettre M ; x(t), y(t) et z(t).

Les coordonnées de M s'expriment en m.
L'ensemble des positions occupées par le centre d'inertie M du système au cours du temps constitue **sa trajectoire**.
Les fonctions du temps x(t), y(t) et z(t) sont appelées **équations horaires du mouvement.**

5. Vecteur vitesse

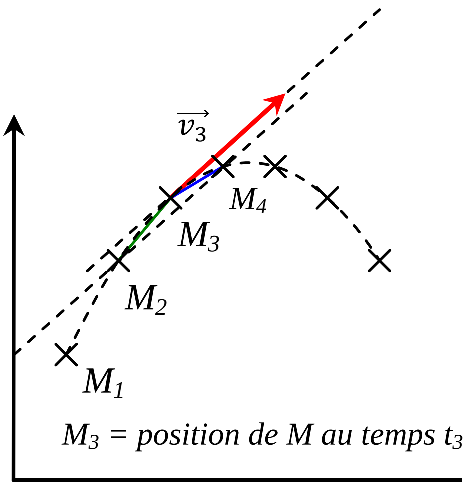
Le vecteur vitesse permet de déterminer comment varie le vecteur position au cours du temps.

exemple : le vecteur vitesse au point M_3 est assimilé à la vitesse moyenne entre M_2 et M_4 ;
c'est à dire que $\vec{v}_3 = \dfrac{\overrightarrow{M_2M_4}}{t_4 - t_2}$

Or d'après la relation de Chasles :
$\overrightarrow{M_2M_4} = \overrightarrow{M_2O} + \overrightarrow{OM_4} = \overrightarrow{OM_4} - \overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{\Delta OM_3}$

ainsi $\vec{v}_3 = \dfrac{\overrightarrow{\Delta OM_3}}{t_4 - t_2} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta OM_3}}{\Delta t}$

Son point d'application est M_3.
Sa direction **est tangente à la trajectoire au point M_3.**
Son sens est celui du mouvement.



En généralisant, le vecteur vitesse moyenne à la date t_i est

$$\boxed{\vec{v}(t_i) = \frac{\overrightarrow{M(t_{i-1})M(t_{i+1})}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\overrightarrow{\Delta OM(t_i)}}{\Delta t}}$$

Le vecteur vitesse caractérise donc **la variation du vecteur position** en fonction du temps.

Pour obtenir **la vitesse instantané au temps t** du point M, on réduit l'intervalle de temps et on fait tendre Δt vers 0 : $\vec{v}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\overrightarrow{\Delta OM(t)}}{\Delta t} = \dfrac{d\overrightarrow{OM(t)}}{dt}$ (par définition de la dérivée).

Le vecteur vitesse à l'instant t est défini par la dérivé du vecteur position. $\boxed{\overrightarrow{v(t)} = \frac{d\,\overrightarrow{OM(t)}}{dt}}$

Il s'exprime dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ **par** $\boxed{\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k}}$

Ses coordonnées cartésiennes sont $\boxed{\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \\ \frac{dz(t)}{dt} \end{pmatrix}}$

Les coordonnées de $\vec{v}(t)$ s'expriment en m.s^{-1}.

La norme (la valeur) du vecteur vitesse est $\|\vec{v}(t)\| = v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

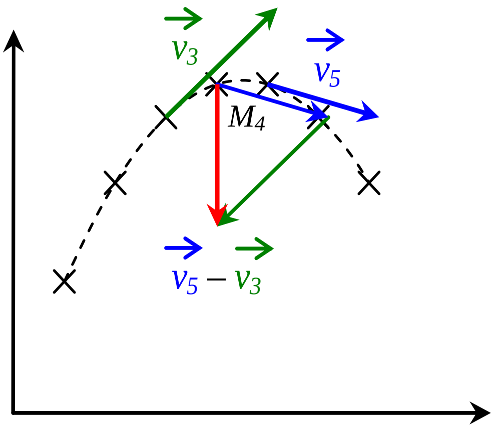
6. Vecteur accélération

Le vecteur accélération permet de déterminer comment varie le vecteur vitesse au cours du temps.

Exemple :

Le vecteur accélération au point M_4 est le vecteur accélération moyenne entre le point M_3 et M_5 :

$$\vec{a}_4 = \frac{\vec{v_5} - \vec{v_3}}{t_5 - t_3} = \frac{\overrightarrow{\Delta v_4}}{\Delta t}$$



Plus généralement, le vecteur accélération moyenne à la date t_i est $\boxed{\vec{a}(t_i) = \frac{\overrightarrow{v(t_{i+1})} - \overrightarrow{v(t_{i-1})}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\overrightarrow{\Delta v(t_i)}}{\Delta t}}$

Le vecteur accélération correspond donc à **la variation du vecteur vitesse** en fonction du temps.

La direction et le sens du vecteur accélération sont celui du vecteur **variation vitesse** $\Delta\vec{v}(t_i) = \overrightarrow{v(t_{i+1})} - \overrightarrow{v(t_{i-1})}$.

Pour obtenir **l'accélération instantanée** au temps t au point M, on réduit l'intervalle de temps et on fait tendre Δt vers 0 : $\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v(t)}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Le vecteur accélération à l'instant t est défini par la dérivé du vecteur vitesse ou la dérivée seconde du vecteur position. $\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}(t)}{dt^2}}$

Il s'exprime dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ **par** $\boxed{\vec{a}(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z(t)}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\vec{k}}$

Ses coordonnées cartésiennes sont $\boxed{\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} \frac{d^2x(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2y(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2z(t)}{dt^2} \end{pmatrix}}$.

Les coordonnées de $\vec{a}(t)$ s'expriment en m.s^{-2}.

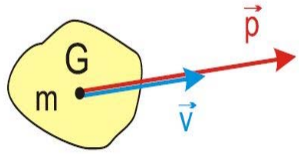
La norme (la valeur) du vecteur accélération est $\|\vec{a}(t)\| = a(t) = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

7. Vecteur quantité de mouvement

La quantité de mouvement $\vec{p}(t)$ d'un point matériel M de masse m et de vitesse $\vec{v}(t)$ est défini par : $\boxed{\vec{p}(t) = m\vec{v}(t)}$

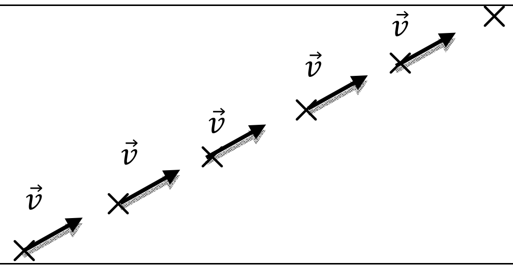
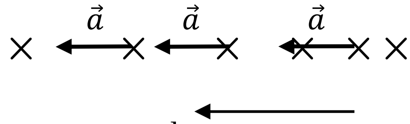
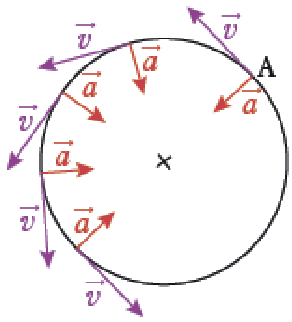
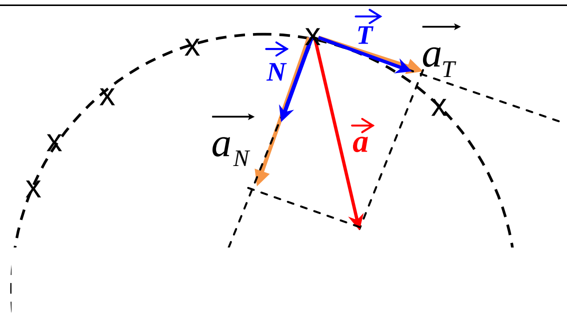
avec m en kg, v(t) en m.s^{-1} et p(t) en kg.m.s^{-1}

Les vecteurs $\vec{p}(t)$ et $\vec{v}(t)$ ont la même direction et le même sens.



Hachette n°8, 10, 12 page 146

8. Définir et reconnaître des mouvements

• Mouvement **rectiligne uniforme** : le vecteur vitesse est constant (en norme et en direction) donc $\vec{a}(t) = \vec{0}$	
• Mouvement **rectiligne uniformément varié** : le vecteur accélération est constant (en norme et en direction) car la valeur de la vitesse est une fonction affine du temps: (v=at+b). de même sens que le mouvement si le mouvement est accéléré, dans le sens opposé si le mouvement est décéléré.	
• Mouvement circulaire **uniforme** : la trajectoire est une portion de cercle de rayon R. Le vecteur vitesse a une valeur (norme) constante $\left\Vert\vec{v}(t)\right\Vert = v$ (mais sa direction change au cours du temps) et le vecteur accélération est **centripète** avec une norme (valeur) constante $\left\Vert\vec{a}(t)\right\Vert = a = \frac{v^2}{R}$ (mais sa direction change au cours du temps)	
• Mouvement circulaire **non uniforme** : la trajectoire est une portion de cercle de rayon R. La norme v du vecteur vitesse n'est pas constante. À chaque instant, le vecteur accélération se décompose en deux vecteurs : $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} + \overrightarrow{a_T} = a_N \cdot \vec{N} + a_T \cdot \vec{T}$ (le repère ($\vec{N}$ normale à la trajectoire, $\vec{T}$ tangente à la trajectoire) se nomme repère de Frenet) $\overrightarrow{a_N}$ accélération normale, centripète, de valeur $a_N = \frac{v^2}{R}$ $\overrightarrow{a_T}$ accélération tangentielle, de valeur $a_T = \frac{dv}{dt}$	

Interprétation graphique d'un mouvement :

- Le vecteur vitesse en un point est un vecteur **toujours tangent** à la courbe **y(x)=f(x), c'est à dire à la trajectoire** en ce point et est **toujours orienté dans le sens du mouvement**
- le vecteur accélération, pour une trajectoire rectiligne, peut être opposé au mouvement si l'objet ralentit et est tangentiel à la trajectoire uniquement dans ce cas.
- graphiquement vx(t) = dx(t)/dt représente la tangente à la courbe x(t)=f(t) à chaque instant. (idem y, z)
- graphiquement ax(t) = dvx(t)/dt représente la tangente à la courbe vx(t)=f(t) à chaque instant. (idem y, z)

II Les lois de Newton

1. Première loi de Newton ou principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen, si un système assimilé à un point matériel n'est soumis à aucune force (système isolé) ou à des forces qui se compensent (système pseudo-isolé) alors il est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme (vecteur vitesse constant).
Et réciproquement :
Dans un référentiel galiléen, si le vecteur vitesse $\vec{v}$ d'un point matériel est constant (mouvement rectiligne et uniforme), alors la somme des forces extérieures qui s'exercent sur ce point est nulle.
ceci se traduit par

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} \text{ est un vecteur constant (en norme et direction)}}$$

Soit $\vec{v} = \vec{0}$ et le point est au repos.
Soit $\vec{v} = \vec{k}$ et le point est en mouvement rectiligne uniforme.

2. Deuxième loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique

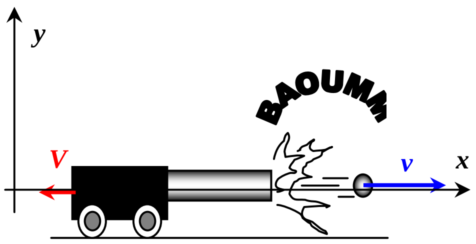
La deuxième loi de Newton relie le mouvement à ses causes.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures qui s'exercent sur un point matériel est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement : $\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$.

Conséquences :

- Si la masse m du point matériel est constante, $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$
- Lorsqu'un système est isolé (pas de forces appliquées) ou pseudo-isolé (forces se compensent) alors $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ et on retrouve la première loi de Newton.
- Lorsqu'un système est isolé (pas de forces appliquées) ou pseudo-isolé (forces se compensent) c'est à dire $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ alors $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}}$,
  alors le vecteur quantité de mouvement se conserve $\boxed{\vec{p}(t) = \overrightarrow{cte}}$.

  Application à la propulsion :
  canon + boulet, décollage fusée , barque plus galets

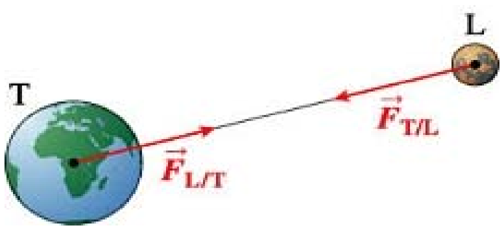


3. Troisième loi de Newton ou principe des actions réciproques

Soient deux systèmes A et B en interaction. Deux forces correspondent à cette interaction : l'une, exercée par A sur B, notée : $\vec{F}_{A/B}$, la seconde, exercée par B sur A, et notée : $\vec{F}_{B/A}$.

Quel que soit le mouvement de A par rapport à B, on a toujours l'égalité vectorielle : $\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$.

Les forces $\vec{F}_{B/A}$ et $\vec{F}_{A/B}$ ont même direction, même norme et des sens opposés.



Hachette n°18 page 148