CHAP9- MOUVEMENTS DES SATELLITES ET DES PLANETES

Le but est d'étudier les mouvements des planètes et des satellites.
Ces derniers peuvent être de deux types :

- les **satellites naturels** comme la Lune en est un pour la Terre.
- les **satellites artificiels**, ceux que lance l'homme depuis plus de 40 ans.

Dans le champ de pesanteur localement uniforme, la trajectoire d'un solide en chute libre est parabolique. Qu'en est-il d'un solide soumis à une force gravitationnelle qui varie au cours du mouvement ?

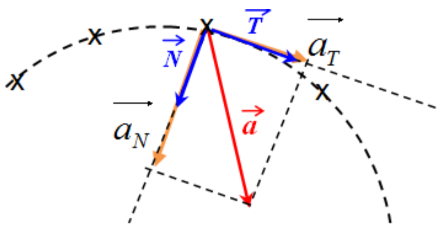
Ce qui est attendu…

- Connaître les trois lois de Kepler.
- Savoir utiliser la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.
- Savoir établir l'expression de la vitesse et de la période dans le cas de l'approximation d'une trajectoire circulaire, pour une planète ou pour un satellite.

I- Étude du mouvement d'un satellite autour de la Terre

Rappel : L'accélération dans la base de Frenet s'écrit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = a_N \cdot \vec{N} + a_T \cdot \vec{T}$$

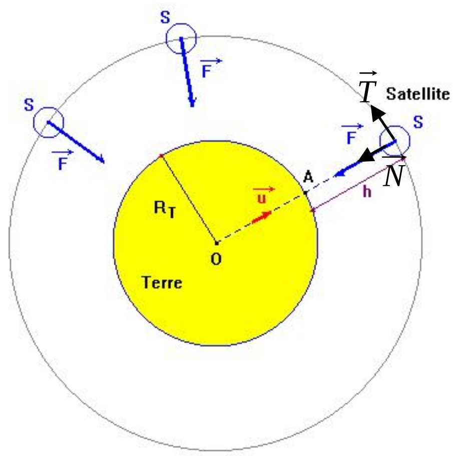


Pour un mouvement circulaire $a_N = \frac{v^2}{R}$ et $a_T = \frac{dv}{dt}$

R : rayon de courbure de la trajectoire

1. 2eme Loi de Newton

On étudie le mouvement d'un satellite artificiel S de masse m_{sat} autour de la Terre de rayon R_T et de masse M_T dans le référentiel géocentrique ayant une trajectoire **circulaire**.
On note h l'altitude du satellite.



Système : le satellite
Référentiel géocentrique considéré galiléen
Repère d'étude choisi : référentiel de Frenet, origine centre du satellite
Forces extérieures appliquées au satellite :
force de gravitation

$$\vec{F}_{T/sat} = -G\frac{m_{sat}M_T}{(R_T+h)^2}\vec{u} = G\frac{m_{sat}M_T}{(R_T+h)^2}\vec{N}$$

la 2° loi de Newton s'écrit :

$$\vec{F}_{T/sat} = m_{sat}\vec{a}$$

donc

$$G\frac{m_{sat}M_T}{(R_T+h)^2}\vec{N} = m_{sat}\vec{a}$$

donc

$$\vec{a} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\vec{N}$$ l'accélération est centripète

Dans le repère de Frenet $\vec{N}$ et $\vec{T}$

$$a_N \cdot \vec{N} + a_T \cdot \vec{T} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\vec{N}$$

Soit en regroupant les coordonnées suivant N et T

$$\begin{cases} a_N = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2} \\ a_T = 0 \end{cases}$$

avec $a_N = \dfrac{v^2}{R_T+h}$ et $a_T = \dfrac{dv}{dt}$; le rayon de courbure ici est R = R_T + h

$$\begin{cases} \dfrac{v^2}{(R_T+h)} = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2} \\ \dfrac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$$

2. Expression de la vitesse du satellite

$$\begin{cases} \dfrac{v^2}{(R_T+h)} = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2} \\ \dfrac{dv}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} v^2 = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)} \\ \dfrac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$$

Si $\dfrac{dv}{dt} = 0$ alors v = cte (valeur de v est cte, pas le vecteur) **le mouvement circulaire du satellite est uniforme.**

La valeur de la vitesse s'obtient à partir de la relation $v^2 = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)}$

donc la vitesse du satellite s'écrit : $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_T+h}}}$

Exemple : L'altitude du satellite *Spot 4* est h=825,2 km. Calculons sa vitesse :

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} \times 6{,}0.10^{24}}{(6400+825{,}2)\times 10^3}} = 7{,}4.10^3\, m.s^{-1} = 7{,}4\, km.s^{-1}$$

3. Expression de la période du satellite

La période de révolution *T* est le temps nécessaire à l'objet (ici le satellite) pour faire un tour sur son orbite.
La longueur *L* d'une orbite est égale au périmètre du cercle, soit : $L = 2\pi(R_T+h)$

On a la période de révolution du satellite : $\boxed{T = \dfrac{L}{v} = \dfrac{2\pi(R_T+h)}{v} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T+h)^3}{GM_T}}}$

Rque :
Ces deux grandeurs caractéristiques du mouvement du satellite ne dépendent que de l'altitude de celui-ci et de la masse de l'astre autour duquel il gravite, ici la Terre (elles ne dépendent pas de la masse du satellite).
Le même raisonnement peut-être appliqué, à l'étude du mouvement des planètes autour du Soleil, en considérant que leur trajectoire soit circulaire.
Dans la majorité des cas, le mouvement d'un objet en orbite autour d'un astre est toujours une ellipse.

II- Les lois de Kepler

Johannes Kepler est un astronome allemand célèbre pour avoir étudié l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic, et surtout pour avoir découvert que les planètes ne tournent pas en cercle parfait autour du Soleil mais en suivant des ellipses.
Assistant de l'astronome danois Tycho Brahé à Prague, Kepler établit à partir d'observations très précises, trois lois expérimentales qui régissent le mouvement des planètes.

Ces trois lois s'appliquent dans le référentiel héliocentrique en considérant une planète du système solaire comme le système matériel étudié.

1. Première loi de Kepler (1605) : loi des orbites

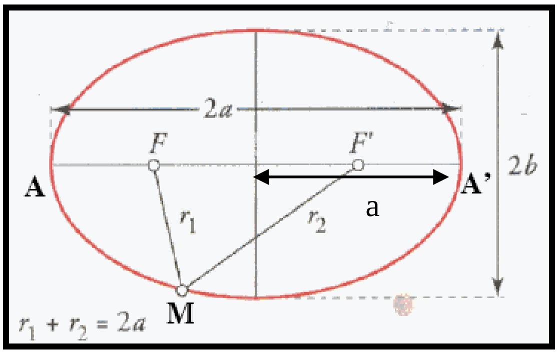
Les planètes décrivent des orbites elliptiques dont le Soleil occupe l'un des foyers.

Qu'est-ce qu'une ellipse ?

Une ellipse est formée par l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers F et F') est constante : MF + MF' = AA' = 2a (AA' est le grand axe, a est le demi-grand axe)

On définie l'excentricité de l'ellipse par : $e = \frac{FF'}{AA'}$.

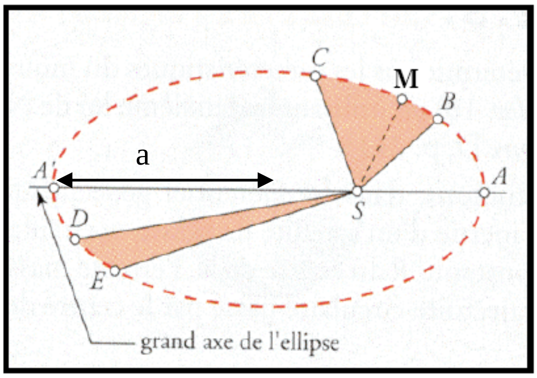
Si e = 0 (FF'=0), l'ellipse devient un cercle.



2. Deuxième loi de Kepler : loi des aires (1604)

Kepler a observé que les planètes ne tournent pas avec une vitesse constante autour du Soleil. Elles ont une vitesse plus grande lorsqu'elles sont plus proches du Soleil.

Le rayon vecteur $\overrightarrow{SM}$ qui relie la planète M au soleil S balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux.



Conséquence : La portion d'ellipse BC est parcourue dans le même temps que la portion DE, ce qui implique que la planète va plus vite quand elle est proche d'un foyer de l'ellipse que quand elle est loin.
Remarque : dans le cas d'une trajectoire circulaire, le mouvement est uniforme.

3. Troisième loi de Kepler

Le rapport entre le carré de la période de révolution T d'une planète et le cube du demi-grand axe ($a = \frac{AA'}{2}$) de l'orbite elliptique est constant : $\boxed{\frac{T^2}{a^3} = cste}$

La valeur de la constante ne dépend que du Soleil (pas de la planète considérée)

Pour une trajectoire **circulaire** (satellite autour de la Terre ou Terre autour du Soleil) : $\boxed{\frac{T^2}{r^3} = cste}$

Pour un satellite, on a vu que $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}}$ donc $T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_T + h)^3}{GM_T}$ donc $\boxed{\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}}$

Pour la Terre : $\boxed{\frac{T^2}{(R_{ST})^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}}$

Rque:
pour une trajectoire elliptique, le repère de Frenet est difficile à représenter, mais on observe bien que l'accélération possède bien 2 composantes : une suivant $\vec{N}$ et l'autre suivant $\vec{T}$ donc le mouvement n'est pas uniforme, on a en réalité $r_1V_1 = r_2V_2$. La vitesse augmente lorsque le rayon diminue et inversement (2eme loi de Kepler)