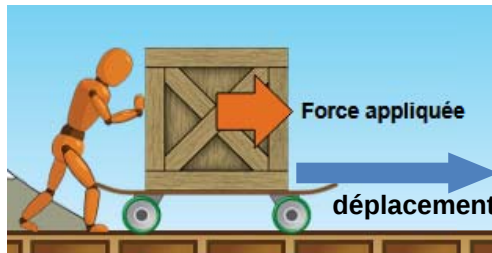


I Travail d'une force

1. Introduction



Pour déplacer cette caisse, l'homme dépense de l'énergie en exerçant une force qui engendre le déplacement.

Cette énergie fournie à la caisse par l'homme correspond au travail de la force de poussée exercée sur la caisse le long de son déplacement.

Le travail d'une force est un mode de transfert d'énergie. Il s'exprime en Joule.

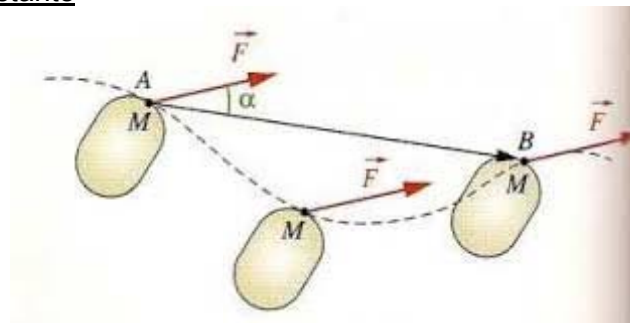
Le travail d'une force est l'énergie fournie par cette force lors de son déplacement.

Rque : Toutes les forces n'engendre pas un travail, il faut que la force est une action sur le déplacement.
(force perpendiculaire au déplacement ne travaille pas)

FORCE ET DEPLACEMENT = ENERGIE (Travail de la force)

Quel est le lien entre le travail W , la force F et le déplacement?

2. Travail d'une force constante



Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement quelconque de son point d'application de A vers B est :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

α est l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{AB}$ donc $\alpha = (\vec{F}, \vec{AB})$

F est exprimée en N et AB en m. **L'unité de travail est le Joule (J).**

Remarques :

- calcul du produit scalaire : $\vec{F} \cdot \vec{AB}$ avec $\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$ et $\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

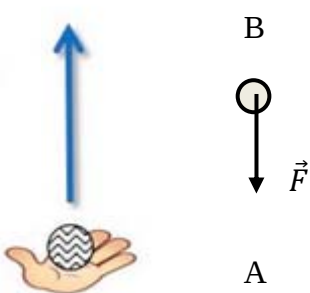
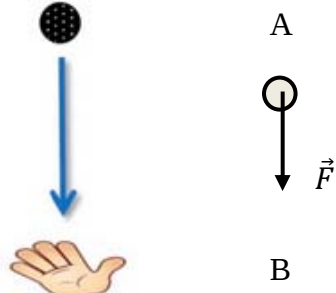
$$\vec{F} \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = F_x \cdot (x_B - x_A) + F_y \cdot (y_B - y_A)$$

- Une force ne travaille pas si :
 - o Son point d'application ne se déplace pas (mobile au repos) ($AB=0$)
 - o Sa direction est perpendiculaire à celle du mouvement du mobile ($\cos \alpha=0$)

3. Travail moteur, travail résistant

Ex d'une balle lancée vers le haut :

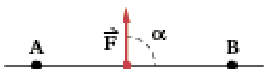
phase ascendante : travail résistant, phase descendante : travail moteur

 $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha = -F \cdot AB < 0$ La force s'oppose au déplacement, la balle perd de l'énergie, le travail est négatif	 $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha = F \cdot AB > 0$ La force favorise le déplacement, la balle gagne de l'énergie, le travail est positif
---	--

Si $\alpha < 90^\circ$, la **force favorise** le déplacement : on parle de travail **moteur**. $W_{AB}(\vec{F}) > 0$

Si $\alpha > 90^\circ$, la **force s'oppose** au déplacement : on parle de travail **résistant**. $W_{AB}(\vec{F}) < 0$

Si $\alpha = 0^\circ$, $W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB$

$\alpha = 0$ $\cos \alpha = 1$		$W(\vec{F}) = F \times AB > 0$	Le travail est moteur
$0 < \alpha < 90$ $\cos \alpha > 0$		$W(\vec{F}) = F \times AB \times \cos \alpha > 0$	
$\alpha = 90$ $\cos \alpha = 0$		$W(\vec{F}) = F \times AB = 0$	La force ne travaille pas
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ $\cos \alpha < 0$		$W(\vec{F}) = F \times AB \times \cos \alpha < 0$	Le travail est résistant
$\alpha = 180$ $\cos \alpha = -1$		$W(\vec{F}) = -F \times AB < 0$	

4. Qu'est-ce qu'une force conservative ?

Une force est conservative si son travail **est indépendant du chemin** suivi entre A et B.

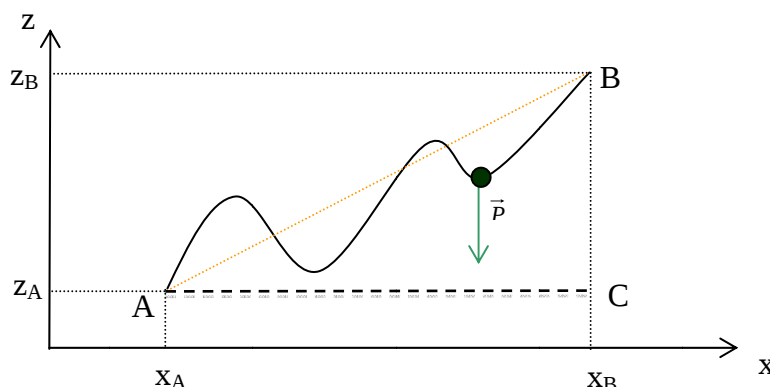
Ce n'est pas le cas si la force est non conservative.

Pour simplifier les calculs, on peut décomposer le travail d'une force conservative selon le chemin le plus adapté :

$$W_{AB}(\vec{F}) = W_{AC}(\vec{F}) + W_{CB}(\vec{F})$$

5. Travail du poids

On considère un objet de masse m placé dans le champ de pesanteur uniforme, dont le centre de gravité se déplace du point A au point B.



Chemin direct de A vers B :
$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = mg(z_A - z_B)$$

Chemin de A vers B en passant par C :

$$W_{AB}(\vec{P}) = W_{AC}(\vec{P}) + W_{CB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AC} + \vec{P} \cdot \vec{CB} = 0 + \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_B - x_C \\ z_B - z_C \end{pmatrix} = mg(z_A - z_B)$$

Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi, il ne dépend que des altitudes z_A et z_B

Le poids est donc une force conservative.

Son expression est, en considérant un mobile de masse m dont le centre d'inertie se déplace du point A au point B.

$$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

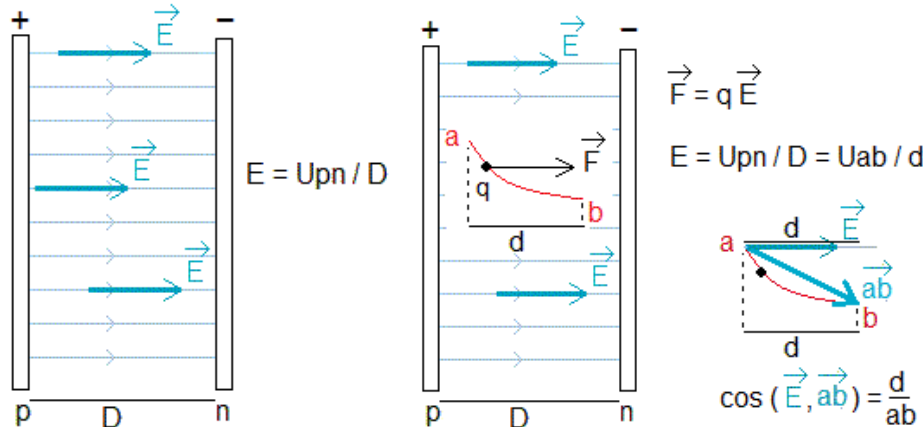
$W_{AB}(\vec{P})$ en J, m en kg, g en $N \cdot kg^{-1}$ ou $m \cdot s^{-2}$, la différence des altitudes en m

Si A est au dessous de B, travail résistant. $W_{AB}(\vec{P}) < 0$

Si A est au dessus de B, travail moteur. $W_{AB}(\vec{P}) > 0$

6. Travail d'une force électrostatique

On considère une particule de charge q placée dans le champ électrostatique uniforme qui se déplace du point **a** au point **b**.



$$W_{ab}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{ab} = qE \cdot ab \cdot \cos \alpha \quad \text{or} \quad \cos \alpha = \cos(\vec{E}, \vec{ab}) = \frac{d}{ab} \quad \text{donc} \quad W_{ab}(\vec{F}) = qE \cdot d = qU_{ab}$$

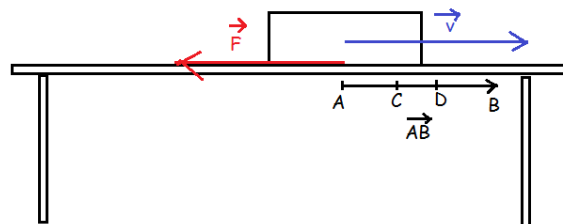
Le travail de la force électrostatique entre les points A et B à laquelle est soumise une particule de charge q ne dépend que de la tension entre les points A et B.

$$W_{AB}(\vec{F}) = qU_{AB}$$

$W_{AB}(\vec{F})$ en J, q en Coulomb, U_{AB} en V

La force électrostatique est une force conservative.

7. Travail d'une force de frottement



Considérons le cas où un solide est en mouvement rectiligne entre A et B sur une table. Le solide est soumis à une force de frottement $\vec{f}$ constante.

$$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \cdot AB \cdot \cos \alpha \quad \text{Ici, } \alpha = \pi \quad W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB \quad \text{travail résistant}$$

$W_{AB}(\vec{f})$ en joule (J), f en (N), AB en m.

Attention : dans certains cas, une force de frottement peut être motrice !
ex : frottements au niveau d'une roue motrice de voiture

Ce travail dépend du chemin suivi.

Considérons un chemin 1, A → B, puis un chemin 2, A → D → C → B.

sur le chemin 1 $W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = -f \cdot AB$

sur le chemin 2 $W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AD} + \vec{f} \cdot \overrightarrow{DC} + \vec{f} \cdot \overrightarrow{CB} = -f \cdot AD - f \cdot DC - f \cdot CB = -f \cdot (AD + DC + CB)$

Le travail W_1 de la force de frottement le long du chemin 1 et W_2 le long du chemin 2 sont différents.

Le travail d'une force de frottement dépend du chemin suivi.

La force de frottement est une force **non** conservative.

II Transferts énergétiques au cours du mouvement d'un point matériel

1. Lien entre force conservative et énergie potentielle

Prenons le cas du poids :

$$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = mgz_A - mgz_B$$

$$\text{or } E_{pp} = mgz$$

$$\text{donc } W_{AB}(\vec{P}) = E_{pp}(A) - E_{pp}(B)$$

$$\text{ou } W_{AB}(\vec{P}) = -(E_{pp}(B) - E_{pp}(A)) = -\Delta E_{pp}$$

À toute **force conservative** $\vec{F}$ on associe une énergie potentielle E_p telle que la variation d'énergie potentielle entre deux points A et B est égale à l'opposé du travail de la force $\vec{F}$ entre les points A et B .

$$W_{AB}(\vec{F}) = -(E_p(B) - E_p(A)) = -\Delta E_p \quad \text{ou} \quad \Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = -W_{AB}(\vec{F})$$

Applications : Cela permet de retrouver l' E_p associée à une force conservative

Pour le poids :

Au poids $\vec{P}$ on associe l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} telle que :

$$-W_{AB}(\vec{P}) = E_{pp}(B) - E_{pp}(A)$$

$$-mg(z_A - z_B) = E_{pp}(B) - E_{pp}(A)$$

$$mgz_B - mgz_A = E_{pp}(B) - E_{pp}(A)$$

$$\text{donc } \boxed{E_{pp} = mgz} \quad \text{en choisissant } E_{pp}(z_A=0)=0$$

$$E_{pp} \text{ en J, } m \text{ en kg, } z \text{ en m}$$

Pour la force électrostatique :

À la force électrostatique $\vec{F}_e$ on associe l'énergie potentielle électrique E_{pe} telle que :

$$-W_{AB}(\vec{F}_e) = E_{pe}(B) - E_{pe}(A)$$

$$-qU_{AB} = E_{pe}(B) - E_{pe}(A)$$

$$-q(V_A - V_B) = E_{pe}(B) - E_{pe}(A)$$

$$\boxed{E_{pe} = qV + cste} \quad E_{pe} \text{ en J, } q \text{ en C, } V \text{ en V} \quad \text{Une énergie potentielle est connue à une constante près}$$

$cste=0$ si $E_{pe}(V=0)=0$

2. Définition de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique E_m d'un système macroscopique soumis à des forces conservatives et/ou non conservatives est égale à la somme de son énergie cinétique E_c et des énergies potentielles associées aux forces conservatives.

$$E_m = E_c + E_p$$

de même : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$

Exemple d'un système en chute libre : $E_m = E_c + E_{pp}$

3. Transferts énergétiques au cours d'un mouvement

Théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un système soumis à des forces conservatives et non conservatives est égale à la somme des travaux de toutes ces forces.

$$\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_c) + W_{AB}(\vec{f}_{nc})$$

Théorème de l'énergie mécanique (démonstration hors programme) :

Si le système n'est soumis qu'à des forces conservatives ou à des forces non conservatives dont le travail est nul :

$$\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_c) + W_{AB}(\vec{f}_{nc}) = W_{AB}(\vec{F}_c) \quad \text{et comme } \Delta E_p = -W_{AB}(\vec{F}_c) \quad \text{alors}$$

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = W_{AB}(\vec{F}_c) - W_{AB}(\vec{F}_c) = 0$$

donc l'énergie mécanique se conserve $\Delta E_m = 0$ ou $E_m = Cte$

Si le système est soumis à des forces conservatives et non conservatives :

$$\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_c) + W_{AB}(\vec{f}_{nc}) \quad \text{et comme } \Delta E_p = -W_{AB}(\vec{F}_c) \quad \text{alors}$$

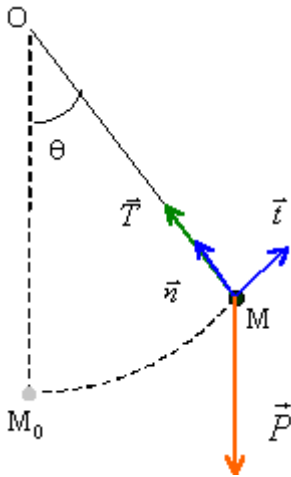
$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = W_{AB}(\vec{F}_c) + W_{AB}(\vec{f}_{nc}) - W_{AB}(\vec{F}_c) = W_{AB}(\vec{f}_{nc})$$

$$\Delta E_m = W_{AB}(\vec{f}_{nc})$$

donc la variation d'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces non conservatives c'est à dire que l'énergie mécanique ne se conserve pas.

Comme $W_{AB}(\vec{f}_{nc}) < 0$ (travail résistant) l'énergie mécanique diminue par frottement et l'énergie est perdue sous forme de transfert thermique.

Cas du pendule simple sans frottements (voir AE):



Forces appliquées à la masse:

Tension du fil $\vec{T}$

Poids : $\vec{P}$

Si frottements $\vec{f}$ le long de $\vec{t}$

travail des forces :

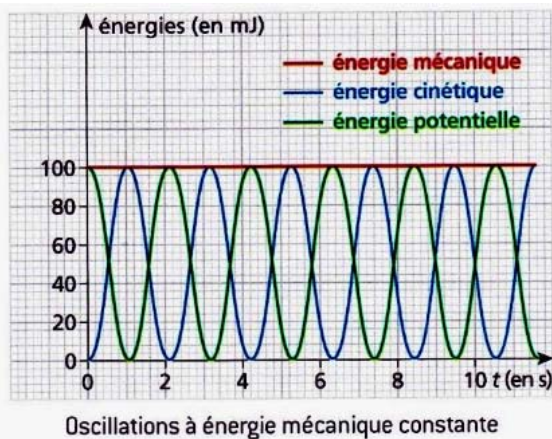
$W_{M_0M}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$ la tension du fil est constamment perpendiculaire au déplacement

$W_{M_0M}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{M_0M} = mg(z_0 - z_M)$

Si forces de frottements

$W_{M_0M}(\vec{f})$

Résultats

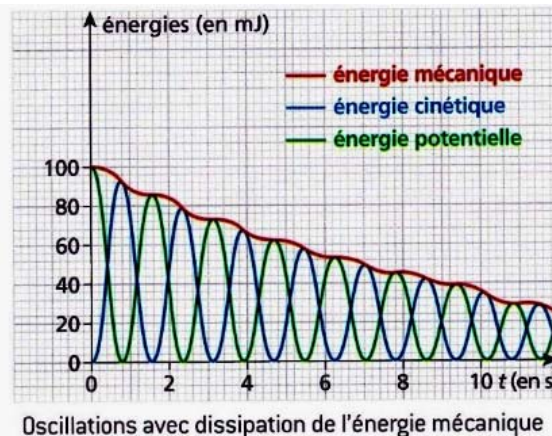


Si on considère qu'il n'y a pas de frottements son énergie mécanique se conserve.

donc $\Delta E_m = 0$ donc $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$ donc

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

Lorsqu'il y a conservation de l'énergie mécanique, il y a **transfert total** de l'énergie potentielle en énergie cinétique et inversement.



Si on considère qu'il y a des frottements, son énergie mécanique ne se conserve pas et sa variation est égale au travail des forces non conservatives.

$$\Delta E_m = W(\vec{f}_{nc})$$

Lorsqu'il y a non-conservation de l'énergie mécanique, il y a **transfert partiel** de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement.

Il ya perte d'énergie sous forme de transfert thermique vers l'extérieur.

Théorème de l'énergie mécanique résumé:

Si un système n'est soumis qu'à des forces conservatives entre A et B, son énergie mécanique se conserve : $E_m = \text{cste}$ ou $\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = 0$ ou $E_m(B) = E_m(A)$

Si un système subit des forces conservatives ET non conservatives :

2 cas :

- si le travail des forces non conservatives est nul entre A et B alors son énergie mécanique se conserve : $E_m = \text{cste}$ ou $\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = 0$ ou $E_m(B) = E_m(A)$
- si le travail des forces non conservatives n'est pas nul entre A et B alors son énergie mécanique ne se conserve pas et $\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = W_{AB}(\vec{f}_{nc})$