

La masse de Jupiter

Dans le fichier joint « Satellites de Jupiter.csv » se trouvent les distances des 4 satellites galiléens de Jupiter par rapport au centre de Jupiter indiquées en diamètres de Jupiter et repérées régulièrement pendant 20 jours.

A partir de ces données, **vous devez donner une estimation de la masse de Jupiter en expliquant votre démarche.**

Données :

Masse du Soleil : $M_S = 1,99 \times 10^{30}$ kg

Diamètre de Jupiter : $D_J = 139820$ km

Unité Astronomique : $1 \text{ UA} = 149597870,7$ km

Correction :

Théorie :

D'un point de vue théorique, la troisième loi de Kepler nous permet d'écrire :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)} \approx \frac{4\pi^2}{G M}$$

Avec T la période de rotation d'un satellite en secondes, a le demi-grand axe de son orbite en mètres, M la masse du corps central en kg et m la masse du satellite en kg.

On peut donc écrire :

$$\frac{a^3}{T^2} = k M$$

Avec k un coefficient de proportionnalité.

Si on applique cette relation au système Terre Soleil en utilisant les unités « an » pour le temps et « unité astronomique (UA) » pour la distance :

On a $M = M_s$ la masse du Soleil

$a = 1$ UA la distance Terre Soleil

$T = 1$ an la période de rotation autour du Soleil.

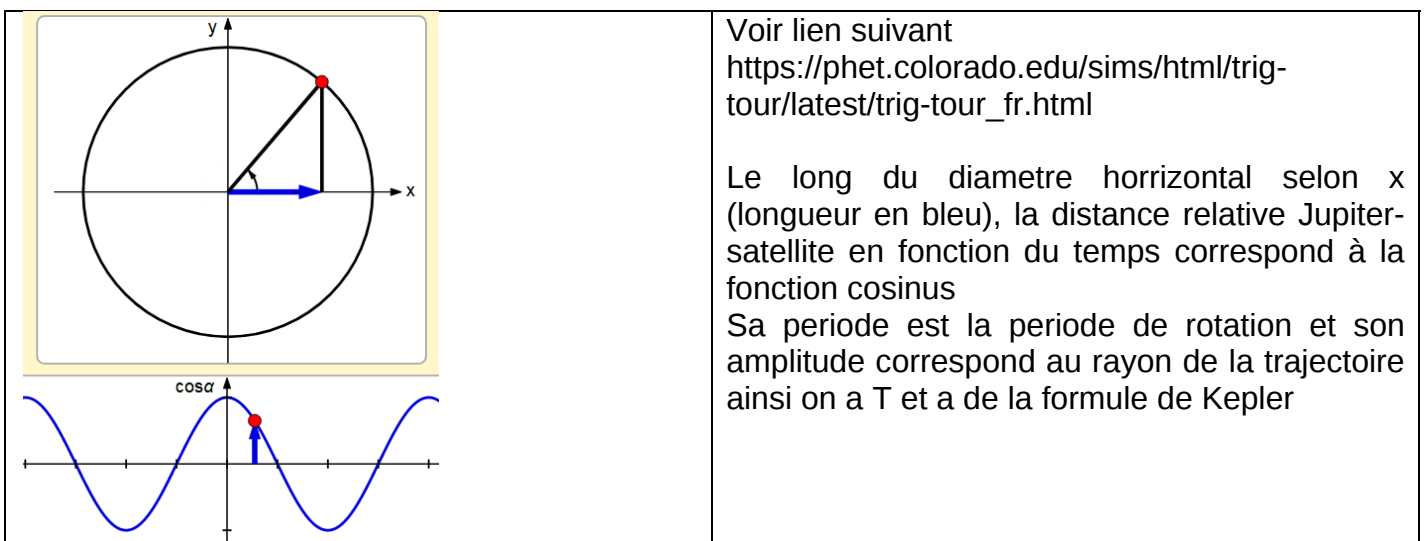
Dans ces unités k vaut donc 1 et on peut simplifier l'expression :

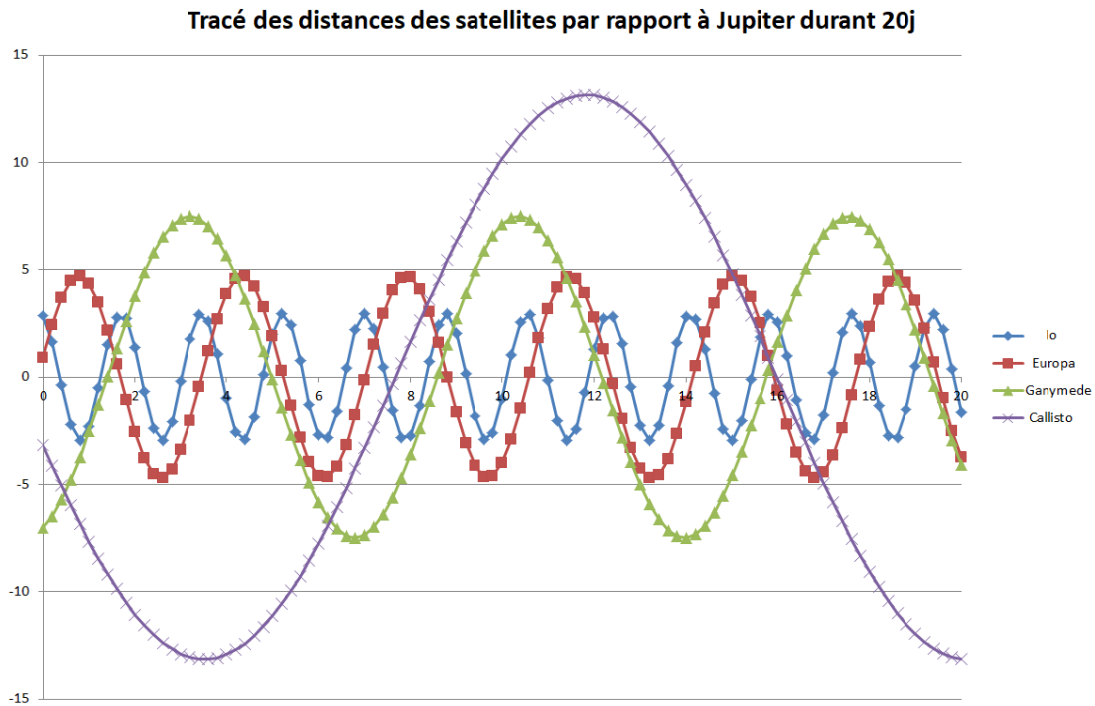
$$\frac{a^3}{T^2} = M_{(1)}$$

M s'exprime alors en masses solaires.

Exploitation des données :

Le tracé des informations montrent que les distances des satellites par rapport au centre de Jupiter forment des signaux périodiques :





La période de chaque signal correspond à la période de rotation du satellite autour de Jupiter en jours et l'amplitude maximale correspond au demi-grand axe de son orbite mesuré en diamètres de Jupiter.

On trouve les valeurs suivantes :

Satellite	a (D_J)	T (j)
Io	2,96	1,77
Europa	4,71	3,56
Ganymède	7,49	7,18
Callisto	13,2	16,6

On doit convertir les distances en UA, il faut donc multiplier a par D_J et diviser par 1 UA. Et on doit convertir les périodes en années, en divisant par 365.25.

Ensuite on calcule M_J grâce à la relation (1) et on multiplie par la masse du Soleil pour avoir le résultat en kg :

Satellite	a (UA)	T (an)	$M_J (M_S)$	$M_J (kg)$
Io	0,00277	0,00485	0,000902	$1,79 \times 10^{27}$
Europa	0,00440	0,00975	0,000898	$1,79 \times 10^{27}$
Ganymède	0,00700	0,0197	0,000888	$1,77 \times 10^{27}$
Callisto	0,0123	0,0454	0,000909	$1,81 \times 10^{27}$

Soit une valeur moyenne : $M_J = 1,79 \times 10^{27} \text{ kg}$

La valeur attendue est $M_J = 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$

Soit une erreur relative : $e_r = \frac{1.90 - 1.79}{1.90} = 5,79\%$