

	Algorithmique	NSI T^{ale}
	Diviser pour régner Exercices	Exos

*

1. Notation

Étant donné un tableau \mathbf{T} et deux entiers naturels \mathbf{a} et \mathbf{b} inférieurs à $\mathbf{len}(\mathbf{T})$, on note

- $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$ le sous-tableau $[\mathbf{T}[\mathbf{a}], \mathbf{T}[\mathbf{a}+1], \dots, \mathbf{T}[\mathbf{b}-1]]$ si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$
- le sous-tableau vide $[\]$ dans le cas contraire.

En Python, le tableau $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$ est noté $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$

2. Ex1 Recherche du couple (minimum, maximum) dans un tableau

L'objectif est d'écrire une fonction récursive `def min_et_max(T, a, b)` renvoyant le couple (minimum, maximum) du tableau $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$.

Un algorithme du type « diviser pour régner » permet de déterminer ce couple en exploitant le fait qu'une seule comparaison suffit pour obtenir à la fois le minimum et le maximum d'un tableau de taille 2.

Cet algorithme est le suivant :

```

si  $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$  ne contient qu'un élément :
    Renvoyer  $(\mathbf{T}[\mathbf{a}], \mathbf{T}[\mathbf{a}])$ 
sinon si  $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$  contient deux éléments :
    Renvoyer  $(\mathbf{T}[\mathbf{a}], \mathbf{T}[\mathbf{b}])$  ou  $(\mathbf{T}[\mathbf{b}], \mathbf{T}[\mathbf{a}])$  dans l'ordre (minimum,
    maximum)
sinon :
    On pose  $\mathbf{c} = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) // 2$ .
    On calcule récursivement les couples (minimum, maximum) dans
     $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{c}]$  et dans  $\mathbf{T}[\mathbf{c}:\mathbf{b}]$ .
    On compare les résultats obtenus et on renvoie le couple (mini-
    mum, maximum) sur  $\mathbf{T}[\mathbf{a}:\mathbf{b}]$ 

```

A) Écrire la fonction `def min_et_max(T, a, b)`.

B) Complexité

- Combien de comparaisons faut-il effectuer pour rechercher la maximum et le minimum dans une liste de 10 nombres de manière classique ?
- Combien de comparaisons faut-il effectuer pour rechercher la maximum et le minimum dans une liste de 10 nombres avec l'algorithme diviser pour régner ?
- Et avec un tableau de 20 nombres ? 40 nombres ?

3. Exercice 2

3.1. Partie A

On considère la fonction Python suivante, dans laquelle **tab** est un tableau contenant des nombres positifs et des nombres négatifs.

```
def tranche(tab):
    n = len(tab)
    smax = tab[0]
    imax = jmax = 0
    for i in range(n):
        s = 0
        for j in range(i, n):
            s += tab[j]
            if s > smax:
                smax = s
                imax = i
                jmax = j
    return copie_partielle(tab, imax, jmax) # renvoie une copie du
    sous-tableau tab[imax:jmax+1[
```

- A) Écrire la fonction **def copie_partielle(tab, imax, jmax)**: qui renvoie une copie du sous-tableau **tab[imax:jmax+1[**.
- B) Afin de documenter la fonction **tranche**, indiquer son rôle en une ou deux lignes.
- C) Que renvoie l'instruction **tranche([3, -4, 2, -1, 5, -3])** ?
- D) Quelle est la complexité de la fonction **tranche** ?
- E) Proposer une modification à la fonction **tranche** pour qu'entre plusieurs résultats possibles, elle renvoie celui de plus petite taille.

3.2. Partie B

- A) Proposer un algorithme du type diviser pour régner résolvant le même problème que la fonction **tranche**.
- B) Récupérer les fichiers **tranche.py** et **tabletest.py**.
- C) Écrire la fonction **def tranche_dpr(tab, a, b)** permettant d'implémenter cet algorithme.
- D) Exécuter la fonction **test_tranche_dpr()** pour tester votre script.

Source : <http://tnsi.free.fr/>