

DECRIRE UN MOUVEMENT

On appelle *cinématique* l'étude du mouvement sans en chercher les causes.

I Les vecteurs pour décrire un mouvement

On se limite au mouvement plan d'un point M dans un référentiel donné.

http://physique.ostralo.net/cours_vecteurs/

<https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/264-coordonnees-polaires-dun-vecteur>

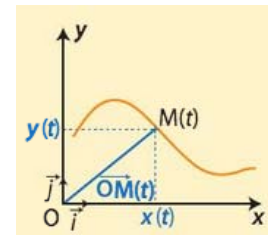
1. Vecteur position

Dans le référentiel d'étude, on choisit un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

La position d'un point M à l'instant t est donnée par le **vecteur position** $\overrightarrow{OM}(t)$.

$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM}(t) \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$



$x(t)$ et $y(t)$, coordonnées cartésiennes de M, s'expriment en m.

L'ensemble des positions occupées par le point M au cours du temps constitue **sa trajectoire**.

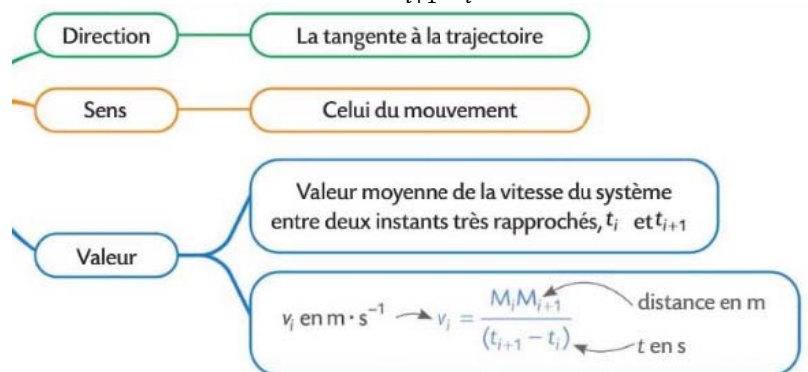
Les fonctions du temps $x(t)$ et $y(t)$, sont appelées **équations horaires (paramétrique) du mouvement**.

Norme ou valeur du vecteur position : $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$.

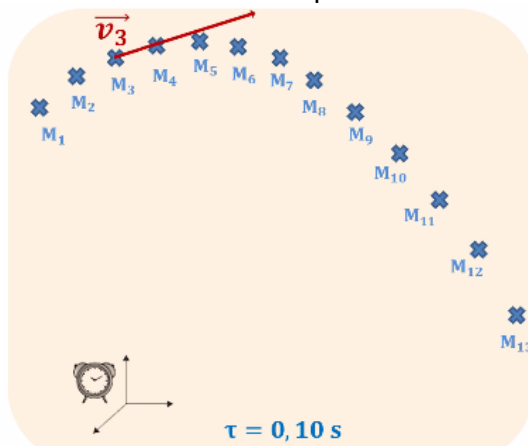
2. Vecteur vitesse

- Le vecteur vitesse moyenne a été défini en classe de première : $\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{M_i M_{i+1}}}{t_{i+1} - t_i}$.

Vecteur vitesse au point i : $\vec{v}_i$



- Tracé du vecteur vitesse en un point sur une chronophotographie :



$\vec{v}_3$

- Origine : M_3
- Direction : tangente à la trajectoire
- Sens : de M_3 vers M_4
- Valeur : $v_3 = \frac{M_3 M_4}{t_4 - t_3} = 3,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Échelle de vitesse :
1,0 cm pour $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- Le vecteur vitesse moyenne correspond à (ou mesure) la variation du vecteur position au cours du

$$\text{temps : } \vec{v}(t) = \frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t}$$

Le vecteur vitesse d'un point M est la limite du vecteur vitesse moyenne pour une durée $t_{i+1} - t_i$ extrêmement courte.

Dans un référentiel donné, le vecteur vitesse d'un point M à l'instant t est la dérivée par rapport au

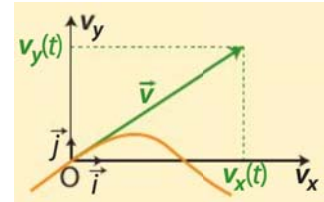
$$\text{temps du vecteur position : } \boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}}$$

Coordonnées du vecteur vitesse dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) :

$$\vec{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$



Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire, dirigé dans le sens du mouvement.

Rque :

$v_x(t)$ et $v_y(t)$, coordonnées cartésiennes de $\vec{v}(t)$, s'expriment en m.s^{-1} .

$v_x(t)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ à l'instant t.

$v_y(t)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $y = g(t)$ à l'instant t.

Norme ou valeur du vecteur vitesse : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

3. Vecteur accélération

- Le vecteur accélération correspond à (ou mesure) la **variation** du vecteur vitesse au cours du

$$\text{temps : } \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Dans un référentiel donné, le vecteur accélération d'un point M à l'instant t est la dérivée par

$$\text{rapport au temps du vecteur vitesse : } \boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

Coordonnées du vecteur accélération dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) :

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j}$$

$$\vec{a}(t) \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \end{pmatrix}$$

Rque :

$a_x(t)$ et $a_y(t)$, coordonnées cartésiennes de $\vec{a}(t)$, s'expriment en m.s^{-2} .

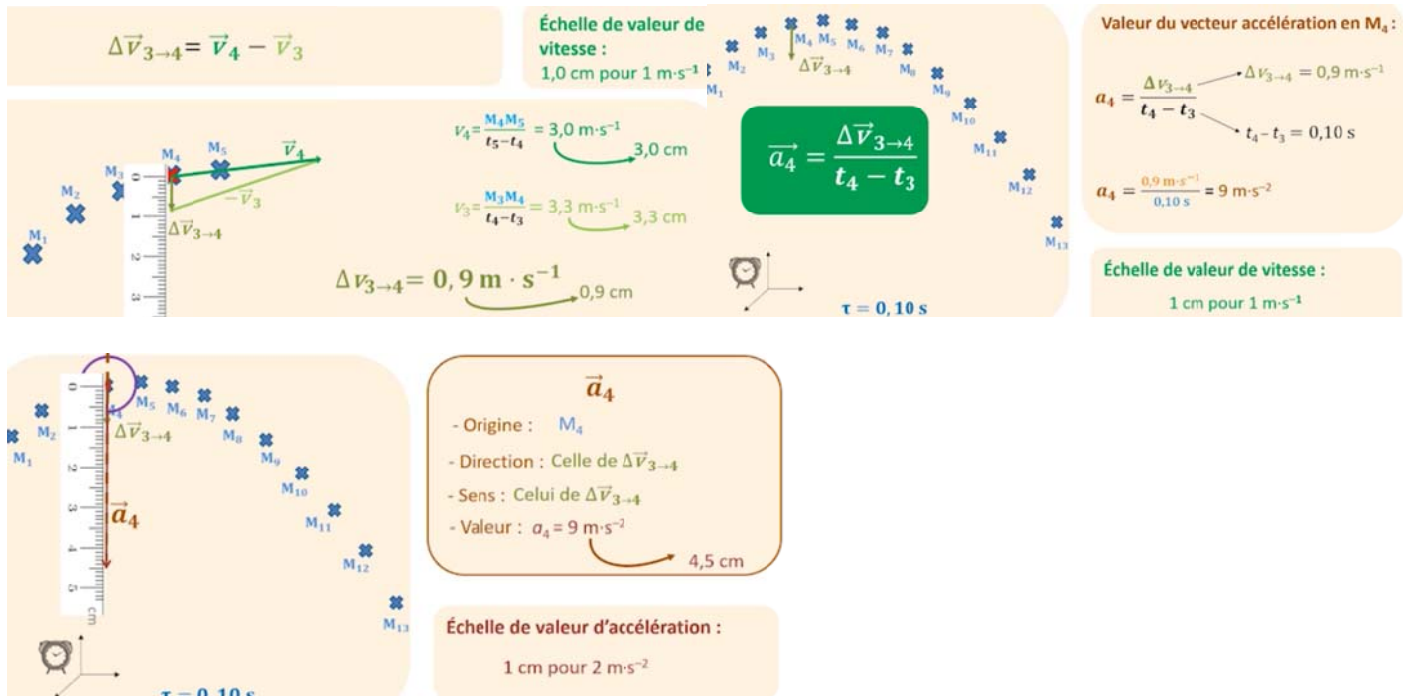
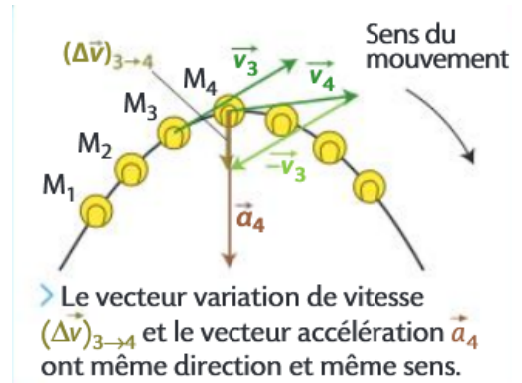
$a_x(t)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $v_x = f(t)$ à l'instant t.

$a_y(t)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $v_y = g(t)$ à l'instant t.

Norme ou valeur du vecteur accélération : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

Le vecteur accélération est colinéaire au vecteur variation de vitesse et de même sens.

- Tracé du vecteur accélération en un point sur une chronophotographie, il faut commencer par tracer le vecteur variation de vitesse : voir la [vidéo ENT](#).



II Caractériser le vecteur accélération

1. Cas du mouvement rectiligne : La trajectoire est une portion de droite.

Mouvement rectiligne uniforme : le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant donc $\vec{a} = \vec{0}$.

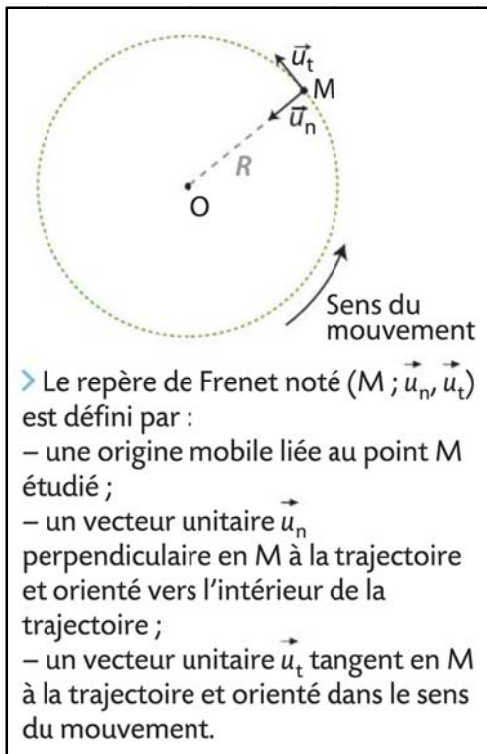
Mouvement rectiligne uniformément accéléré (varié) : le vecteur accélération $\vec{a}$ a

- la direction de la droite support de la trajectoire
- même sens que $\vec{v}$ si le mouvement est accéléré, sens opposé à $\vec{v}$ si le mouvement est ralenti
- une norme (valeur) a constante

2. Cas du mouvement circulaire

La trajectoire est une portion de cercle.

Dans ce cas, on utilise souvent le repère (tournant) de Frenet noté $(M, \vec{u}_n, \vec{u}_t)$.



Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon R,

- $\overrightarrow{OM} = -R \vec{u}_n$
- $\vec{v} = v \vec{u}_t$
- $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n + \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \text{ est appelée accélération normale}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} \text{ est appelée accélération tangentielle}$$

Mouvement circulaire uniforme : le vecteur vitesse $\vec{v}$ a une norme constante.

Le vecteur accélération $\vec{a}$ a :

- une direction radiale
- un sens : vers le centre de la trajectoire (centripète)
- une norme ou valeur constante $a = a_n = \frac{v^2}{R}$

Le vecteur accélération n'est pas nul car v est constant mais $\vec{v}$ n'est pas constant !

Mouvement circulaire uniformément accéléré (varié) : le vecteur vitesse $\vec{v}$ a une norme variable.

Le vecteur accélération $\vec{a}$ a :

- une direction quelconque
- un sens : vers le centre de la trajectoire
- une norme ou valeur variable $a \neq \frac{v^2}{R}$

Remarque : pour montrer qu'un mouvement circulaire est uniforme, on peut montrer que $a_t = 0$.