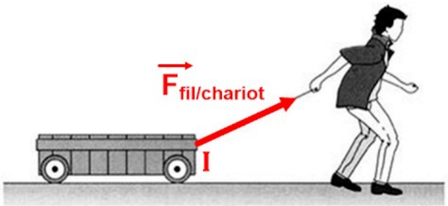
ETUDE ENERGETIQUE D'UN MOUVEMENT

I. Qu'est-ce qu'une force conservative ?

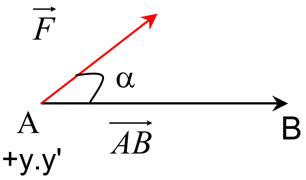
Vu en première :

- Le travail d'une force est **l'énergie** fournie à un système par cette force lors de son déplacement.
- Le travail d'une force caractérise sa capacité à mettre en mouvement un système.



Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement quelconque de son point d'application de A vers B se calcule par la relation : $\boxed{\boldsymbol{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F \times AB \times cos\alpha}}$

α est l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$.
F est exprimée en N et AB en m.
L'unité de travail est le Joule (J).

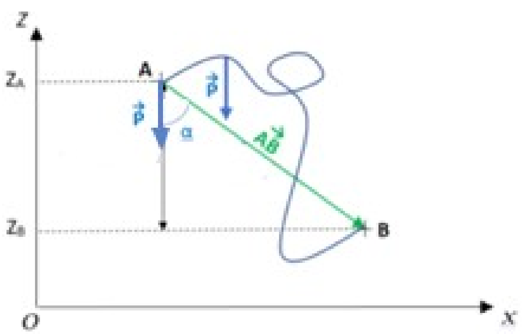


Rque : on peut calculer le produit scalaire avec x.x' +y.y'

Il existe des travaux **moteurs si $W_{AB}(\vec{F}) > 0$** ; la force aide au mouvement
ou résistants si $W_{AB}(\vec{F}) < 0$; la force s'oppose au mouvement

Une force est conservative si son travail est indépendant du chemin suivi entre A et B

Exemples : le poids, la force électrique
Travail du poids : $\boldsymbol{W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)}$

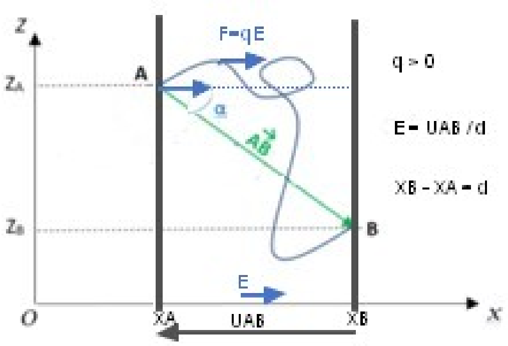


$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = P \times AB \times cos\alpha$
or $cos\alpha = \frac{z_A - z_B}{AB}$ et $P = mg$
donc $W_{AB}(\vec{P}) = mg \times (z_A - z_B)$

OU

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = mg \times (z_A - z_B)$$

Travail de la force électrique : $\boldsymbol{W_{AB}(\vec{F_e}) = qU_{AB}}$



$W_{AB}(\vec{F_e}) = \vec{F_e}.\overrightarrow{AB} = F_e \times AB \times cos\alpha$
or $cos\alpha = \frac{X_B - X_A}{AB}$ et $F_e = qE$
donc $W_{AB}(\vec{F_e}) = qE \times (X_B - X_A) = qE \times d = qU_{AB}$

OU

$$W_{AB}(\overrightarrow{Fe}) = \overrightarrow{Fe}.\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} qE \\ 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = qE \times (X_B - X_A) = qEd$$

$W_{AB}(\vec{F_e}) = qU_{AB}$

Une force est non conservative si son travail dépend du chemin suivi entre A et B.
exemple : les forces de frottement ou forces motrices

II. Lien entre force conservative et énergie potentielle

À toute force conservative $\overrightarrow{F_C}$ on associe une énergie potentielle E_p telle que la variation d'énergie potentielle entre deux points A et B est égale à l'opposé du travail de la force $\vec{F}$.

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = -W_{AB}\left(\overrightarrow{F_C}\right)}}$$

Une énergie potentielle est connue à <u>une constante près</u>.

Exemple : Le poids et la force électrique sont des forces conservatives on peut donc retrouver les énergies potentielles associées à ces 2 forces.

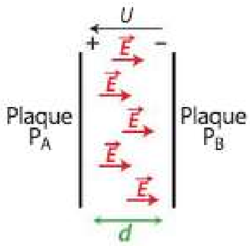
- Au poids $\vec{P}$ on associe l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} telle que :

$$E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = -W_{AB}(\vec{P})$$
$$E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = -mg(z_A - z_B)$$
$$E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mgz_B - mgz_A$$

On retrouve $\boldsymbol{E_{pp} = mgz + constante}$ **,**
en choisissant l'origine des Epp à z=0 ; $E_{pp}(z=0) = 0 \; alors \; la \; constante = 0$;
E_{pp} en J, m en kg, z en m

- À la force électrique $\vec{F}$ on associe l'énergie potentielle électrique E_{pe} telle que :

$$E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = -W_{AB}(\vec{F})$$
$$E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = -q \times U_{AB}$$
$$E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = -q \times (V_A - V_B) \text{ car } U_{AB} = V_A - V_B$$
$$E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = q \times V_B - q \times V_A$$



On trouve $\boldsymbol{E_{pe} = q \times V + constante}$**,**
en choisissant l'origine des Epe pour un potentiel V=0 V $alors \; la \; constante = 0$
E_{pe} en J, q en C, V(potentiel) en V

III. Définition de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique E_m d'un système macroscopique est égale à la somme de son énergie cinétique E_c et des énergies potentielles associées aux forces conservatives.

$$\boxed{E_m = E_c + E_p}$$

de même : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$

Exemples : Pour un système dans un champ de pesanteur : $E_m = E_c + E_{pp}$
Pour un système dans un champ électrique : $E_m = E_c + E_{pe}$

IV. Théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique d'un système entre deux points A et B est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées au système entre A et B.

$$\boxed{\Delta E_{c(AB)} = E_c(B) - E_c(A) = \sum_i W_{AB}(\vec{F_i})}$$

<u>Applications:</u>

- pour un point M dans un champ de pesanteur uniforme :

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P})$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(z_A - z_B)$$

- pour une particule dans un champ électrique uniforme :

$$E_c(B) - E_c(A) = \mathrm{W_{AB}}(\mathrm{\vec{F_e}})$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \mathrm{qU_{AB}}$$

Rque : Le théorème de l'énergie cinétique est très utile pour déterminer rapidement des valeurs de vitesse ou une coordonnée verticale d'un système.

V. Théorème de l'énergie mécanique

Démonstration (hors programme)

partons de la définition de l'énergie mécanique : $E_m=E_c+E_p$ donc $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$

$$\Delta E_{c(AB)} = \sum_i W_{AB}(\vec{F_i}) = \sum W_{AB}(\vec{F_C}) + \sum W_{AB}(\vec{f_{NC}})$$

$$\Delta E_{p(AB)} = -\sum_i W_{AB}(\vec{F_{Ci}})$$

$$\Delta E_{m(AB)} = \Delta E_{c(AB)} + \Delta E_{p(AB)} = \sum_i W_{AB}(\vec{F_C}) + \sum_i W_{AB}(\vec{f_{NC}}) - \sum_i W_{AB}(\vec{F_C}) = \sum_i W_{AB}(\vec{f_{NC}})$$

Théorème :

La variation d'énergie mécanique d'un système entre deux points A et B est égale à la somme des travaux des forces **non conservatives** qu'il subit entre A et B.

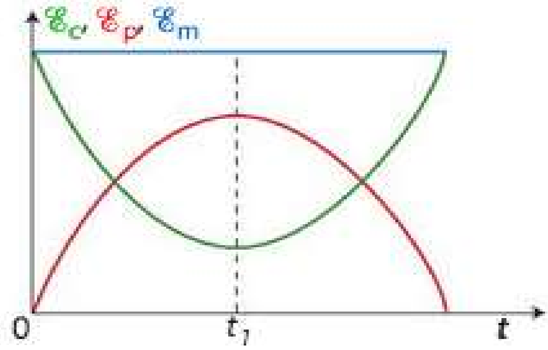
$$\boxed{\Delta E_{m(AB)} = E_m(B) - E_m(A) = \sum_i W_{AB}(\vec{f_{NC}})}$$

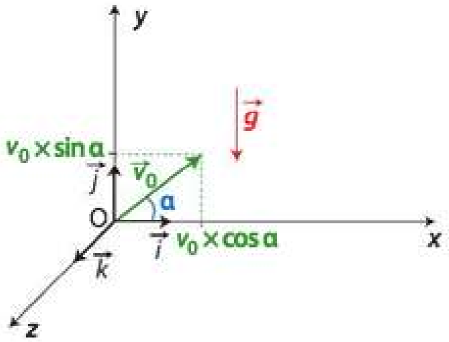
Conséquence :

En l'absence de force non conservative (ou si leur travail est nul), l'énergie mécanique du système **se conserve car $\Delta E_m = 0$.**

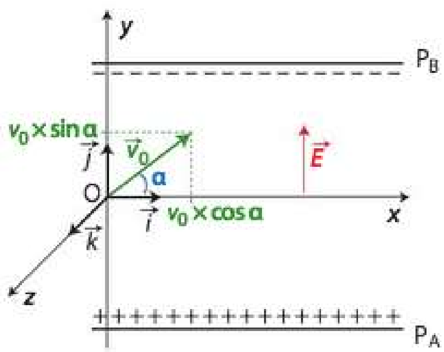
Ceci se traduit par $E_{m(AB)} = constante$ **ou** $E_m(A) = E_m(B)$

Ceci se traduit par un transfert d'énergies : plusieurs cas possibles





Dans un champ de pesanteur uniforme l'énergie cinétique du système **est convertie** en énergie potentielle de pesanteur $\Delta E_c = -\Delta E_{pp}$

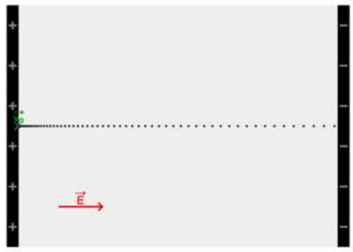


Dans un champ électrique uniforme l'énergie cinétique du système **est convertie** en énergie potentielle électrique $\Delta E_c = -\Delta E_{pe}$

Voir AE ENT: Energie mécanique conservation ou non conservation dabs différentes situations

VI. Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées

On applique le théorème de l'énergie cinétique à une particule de masse m chargée positivement qui entre dans le condensateur au point O situé sur la plaque positive et en sort au point S situé sur la plaque négative.



$$E_c(S) - E_c(O) = W_{OS}(\vec{F})$$

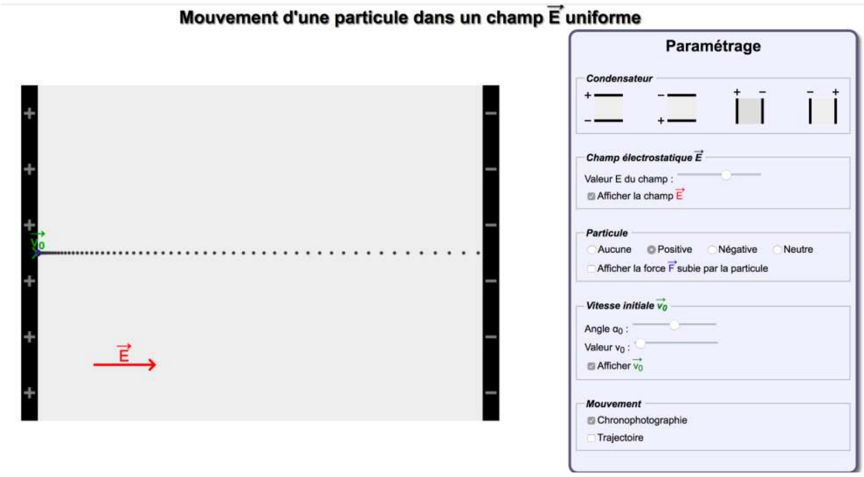
$W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{OS} = q\vec{E}.\overrightarrow{OS} = qU_{OS}$ donc $E_c(S) - E_c(O) = qU_{OS}$

Si la particule est au repos en O, on obtient $E_c(S) = qU_{OS}$ soit

$\frac{1}{2}mv_S^2 = qU_{OS}$ soit $v_S = \sqrt{\frac{2qU_{OS}}{m}}$

La tension U_{OS} entre les deux plaques permet à la particule d'acquérir une vitesse.

http://physique.ostralo.net/mvtParticuleChampE/



Un accélérateur linéaire de particules est une succession de condensateurs plans. Dans un tel accélérateur, chaque fois que la particule change de condensateur, les charges portées par les plaques changent et les tensions sont inversées. On peut donc accélérer fortement une particule chargée avec une tension relativement faible.

https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Charges/linac.html