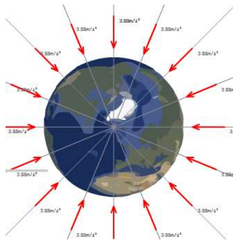
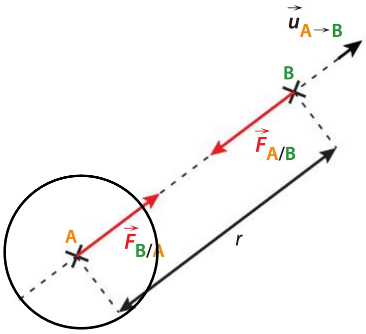
MOUVEMENT DANS UN CHAMP DE GRAVITATION



Le but est d'étudier le mouvement d'une planète autour du Soleil ou le mouvement d'un satellite, naturel ou artificiel, autour d'un astre attracteur.
Dans le champ de pesanteur uniforme, la trajectoire d'un système en chute libre est parabolique. Qu'en est-il du mouvement d'un système dans un champ de gravitation qui varie au cours du mouvement ?

I Mouvement d'une planète ou d'un satellite

1. Force de gravitation et champ de gravitation $\vec{\mathcal{G}}$



Expression de la force de gravitation : $\overrightarrow{F_{A/B}} =$

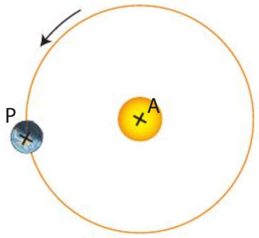
G = 6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2} constante de gravitation universelle
m_A et m_B en kg, r en m,
$\vec{u}_{A\to B}$ vecteur unitaire porté par (AB), de A vers B

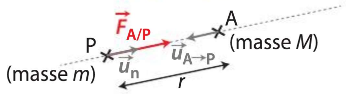
On définit le champ de gravitation $\vec{\mathcal{G}}$ tel que $\overrightarrow{F_{A/B}} = m_B \times \vec{\mathcal{G}}$.
Le champ de gravitation créé à la distance r par la masse située en A est donc : $\vec{\mathcal{G}} =$

2. Application de la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton

- **système** étudié : planète ou satellite, de centre de masse P, de masse m, **en orbite circulaire de rayon r** autour d'un astre attracteur A de masse M
- **référentiel** d'étude : référentiel astrocentrique supposé galiléen (héliocentrique si l'astre attracteur est le Soleil, géocentrique si c'est la Terre).
- **Repère de Frenet** (P, $\vec{u}_n$, $\vec{u}_t$)
- **une seule force** appliquée au système :
  la force de gravitation d'expression :

On exprime la force de gravitation dans le repère de Frenet, si la trajectoire est circulaire :





- On applique la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton à la planète ou au satellite :
  $\overrightarrow{F_{A/P}} = m\vec{a}$ (on retrouve ainsi $m\vec{\mathcal{G}} = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \vec{\mathcal{G}}$)

Projetons l'expression dans le repère de Frenet (P, $\vec{u}_n$, $\vec{u}_t$)

Conséquences :
Le mouvement circulaire du satellite est uniforme
la vitesse ne dépend que de la masse de l'astre attracteur et du rayon de l'orbite.

Le vecteur vitesse du satellite ou de la planète s'écrit : $\vec{v} = \sqrt{\frac{GM}{r}}\overrightarrow{u_t}$

Le vecteur accélération de la planète ou du satellite est centripète : $\vec{a} = G \times \frac{M}{r^2}\vec{u}_n$.

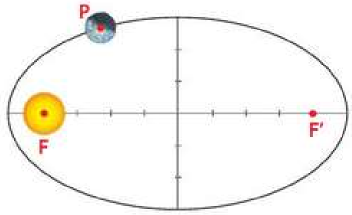
Application : calculer la vitesse du satellite *Spot situé à l'altitude* h=820 km.
Masse de la Terre : 6,0.10^{24} kg Rayon de la Terre : 6,4.10^3 km

II Les lois de Kepler

Johannes Kepler est un astronome allemand célèbre pour avoir étudié l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic, et surtout pour avoir découvert que les planètes ne tournent pas en cercle parfait autour du Soleil mais en suivant des ellipses.
Au début du XVII^{ème} siècle, assistant de l'astronome danois TychoBrahé à Prague, Kepler établit à partir d'observations très précises, trois lois expérimentales qui régissent le mouvement des planètes.

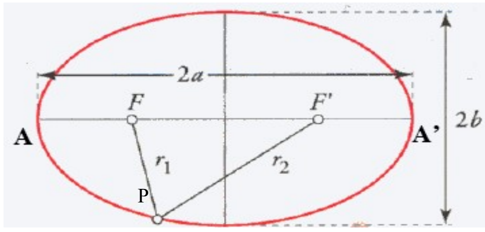
Ces trois lois s'appliquent dans le référentiel héliocentrique en considérant une planète du système solaire comme le système étudié.

1. Première loi de Kepler : loi des orbites



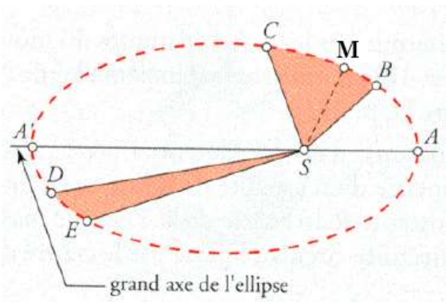
Les planètes décrivent des orbites elliptiques dont le centre de masse du Soleil occupe l'un des foyers.

Qu'est-ce qu'une ellipse ?
Une ellipse est formée par l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers F et F') est constante :
PF + PF' = AA' = 2a
(AA' est le grand axe)
On définit l'excentricité de l'ellipse par : $e = \frac{FF'}{AA'}$. Si e = 0 (FF'=0), l'ellipse devient un cercle.



2. Deuxième loi de Kepler : loi des aires

Kepler a observé que les planètes ne tournent pas avec une vitesse constante autour du Soleil. Elles ont une vitesse plus grande lorsqu'elles sont plus proches du Soleil.



Le segment $[SP]$ qui relie la planète P au Soleil S balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux.

Conséquence : La portion d'ellipse BC est parcourue dans le même temps que la portion DE, ce qui implique que la planète va plus vite quand elle est proche d'un foyer de l'ellipse que quand elle est loin.

Remarque : dans le cas d'une trajectoire circulaire, le mouvement est uniforme.

3. Troisième loi de Kepler : loi des périodes

Le rapport entre le carré de la période de révolution T d'une planète et le cube du demi-grand axe ($a = \frac{AA'}{2}$) de l'orbite elliptique est constant : $\frac{T^2}{a^3} = constante$.

La valeur de la constante ne dépend que du Soleil (pas de la planète considérée)

4. Établissement de la 3ème loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire

Si l'orbite est circulaire de rayon r, sa longueur est $2\pi r$.
La période de révolution de la planète est la durée mise pour faire un tour autour du Soleil :

Le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon de la trajectoire circulaire.