

AD : LOI DE NEWTON

Contexte : Il existe sur le marché différents modèles de tasses à café.

On considère ici une tasse en porcelaine, une tasse en grès et une tasse en verre à double paroi.



Problème posé : Les trois tasses ayant sensiblement la même contenance, leur différence de constitution est-elle uniquement esthétique ou influence-t-elle la température du café dégusté ?

Document 1 : Pratique expérimentale

On utilise trois tasses différentes de même contenance : une en porcelaine, une en grès et une en verre à double paroi.

- Des masses identiques d'eau chaude sont introduites dans les trois tasses, à la même température initiale θ_i (l'eau chaude remplace le café). Les systèmes {tasse + café} ainsi constitués sont incompressibles.
 - Afin de suivre l'évolution au cours du temps de la température d'un système, on plonge un capteur dans l'eau. Ce capteur est relié à la carte d'acquisition qui est elle-même branchée à l'ordinateur équipé d'un logiciel de traitement de données.
 - La durée totale d'acquisition est réglée à 45 min, avec une mesure toutes les 30 s.
 - Les résultats expérimentaux sont regroupés dans trois fichiers :
 - fichier 1 : « tasse blanche + café.rw3 » ;
 - fichier 2 : « tasse verte + café.rw3 » ;
 - fichier 3 : « tasse transparente + café.rw3 ».
- Ces fichiers sont disponibles sur l'activité de l'ENT.

Document 2 : Loi phénoménologique de Newton

La **loi de Newton** est dite phénoménologique car elle modélise le flux thermique Φ à partir d'observations expérimentales : le flux thermique à une date t est proportionnel à la surface d'échange S avec le milieu extérieur et à la différence de température « système-milieu extérieur » :

$$\Phi(t) = h \times S \times (T_{ext} - T(t)) = h \times S \times (\theta_{ext} - \theta(t))$$

avec :

- h : coefficient de proportionnalité appelé coefficient d'échange convectif ($h > 0$) entre le système incompressible et le milieu extérieur, l'un des deux étant un fluide ;
- θ_{ext} : température du milieu extérieur, supposée constante au cours du temps ;
- $\theta(t)$: température du système, variant au cours du temps. Cette température θ est supposée identique en tout point du système (température uniforme).

Afin d'alléger les notations, $\Phi(t)$ et $\theta(t)$ seront notées respectivement Φ et θ .

Dans le cadre de l'activité, on considère que le critère pour valider un modèle choisi est le suivant : **La valeur de l'écart données-modèle doit être inférieure à 5%.**

Questions :

On fait l'hypothèse que par conduction thermique, la tasse atteint très rapidement la température du café. On considère alors le système incompressible {tasse + café} de masse m , de surface d'échange S avec l'extérieur et de température θ uniforme.

- 1) Identifier le fluide (milieu extérieur) qui échange de l'énergie avec le système étudié. Réaliser un schéma modélisant cet échange d'énergie. Préciser le principal mode selon lequel le transfert thermique se produit et le signe de ce transfert pour le système considéré.
- 2) Ouvrir le logiciel REGRESSI puis le fichier 1 « tasse blanche + café.rw3 ». Afficher et observer le nuage de points représentant l'évolution de la température au cours du temps lors du refroidissement du système 1.

a- Relever les températures initiale et finale du système 1 étudié.

$$\theta_i = \dots\dots\dots ; \quad \theta_f = \dots\dots\dots$$

b- Montrer que le nuage de points peut être modélisé par $\theta = a + b \times \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

Donner les valeurs numériques et les unités de a , b et τ .

3) Etablissement de l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système :

- a- Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système {tasse + café}.
- b- En notant c la capacité thermique massique du système, exprimer la variation d'énergie interne du système en fonction de la variation de température $\Delta\theta$.
- c- En utilisant la définition du flux thermique, supposé constant sur la durée Δt considérée, et la loi phénoménologique de Newton, établir l'expression de l'énergie Q transférée thermiquement par le système vers l'extérieur.
- d- Dédire des questions précédentes une expression du rapport $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ en fonction de h , S , m , c , θ_{ext} et de θ qui représente la température du système incompressible à la date t .
- e- Que devient $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ lorsque la durée Δt tend vers zéro ? En déduire que la température θ du système vérifie une équation différentielle pouvant s'écrire sous la forme :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{\tau} \times \theta + \frac{\theta_{ext}}{\tau}$$

Préciser l'expression littérale de la constante de temps τ .

4) Résolution de l'équation différentielle :

Rappel : Les solutions d'une équation différentielle $y' = Ay + B$ (avec $A \neq 0$) sont de la forme :

$$y = K \times e^{Ax} - \frac{B}{A} \quad \text{avec } K : \text{constante d'intégration réelle.}$$

- a- Compléter le tableau ci-dessous. En déduire la forme générale des solutions de l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système (en faisant apparaître τ et θ_{ext}).

Dans le cas étudié :

la variable y est :	la variable x est :	la constante A est :	la constante B est :

Déterminer la constante d'intégration K en utilisant la condition initiale sur la température. En déduire l'expression de la solution de l'équation différentielle vérifiée par la température.

b- D'après cette solution, vers quelle valeur la température du système {tasse + café} va-t-elle tendre au bout d'un temps infiniment long (si t tend vers $+\infty$) ? Commenter.

5) Retour au contexte :

a- L'expression de la solution de l'équation différentielle établie à la question **4b** est-elle en accord avec l'expression du modèle obtenue à la question **2b** pour le système 1 {tasse blanche + café} ?

Procéder à une identification afin de :

- vérifier la cohérence des valeurs de température du système 1 relevées à la question **2a** ;
- déterminer la valeur τ_1 de la constante de temps pour le système 1.

b- Exploiter les fichiers 2 et 3 afin de déterminer les constantes de temps τ_2 et τ_3 respectivement pour les systèmes 2 et 3 suivants :

{tasse verte + café} et {tasse transparente + café}.

Récapituler dans le tableau ci-dessous les valeurs de τ (avec l'unité !) obtenus pour les 3 systèmes.

Système 1 : {tasse blanche + café}	Système 2 : {tasse verte + café}	Système 3 : {tasse transparente + café}
$\tau_1 = \dots\dots\dots$	$\tau_2 = \dots\dots\dots$	$\tau_3 = \dots\dots\dots$

c- Répondre de façon argumentée au problème posé en supposant que la surface d'échange entre le système et le milieu extérieur est identique pour les 3 tasses.

→ Répondre sur votre compte rendu individuel et sur la feuille annexe.