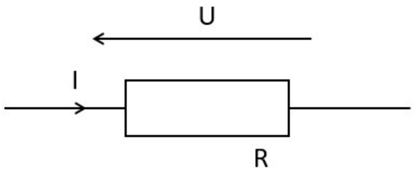
DYNAMIQUE DU DIPOLE RC

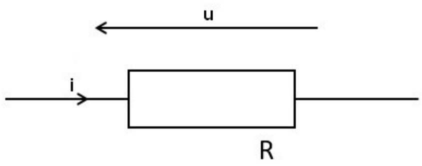
Généralités :
On s'intéresse aux condensateurs dipôles très utilisés dans les circuits électriques et électroniques. On trouve des capteurs capacitifs dans de nombreux objets électroniques, comme l'écran tactile du smartphone par exemple.
Vidéo sur l'ENT .

Notation des grandeurs physiques :
Régime permanent ou régime stationnaire indépendant du temps: les grandeurs sont en majuscule : I ; Q
Régime variable, les grandeurs dépendent du temps et sont écrites en minuscule : i(t) ; q(t) ou i ; q

Relation intensité-tension aux bornes d'un conducteur ohmique (résistance) : (Loi d'ohm).



En régime permanent U = R x I

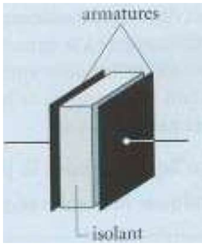


En régime variable u = R x i

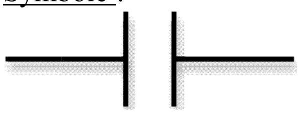
Nous allons étudier le circuit qui contient un conducteur ohmique (résistance) et un condensateur : dipole RC .

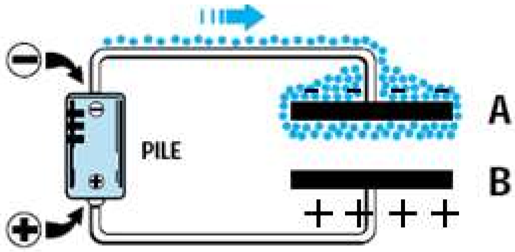
I- Le condensateur

1. Le condensateur, un dipôle qui stocke des charges électriques



Symbole :

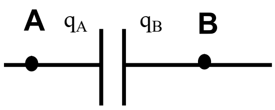




Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant (ou diélectrique).

Si un condensateur est placé dans un circuit électrique comportant un générateur, des électrons vont s'accumuler sur une armature. Quand un électron arrive sur cette armature, un autre quitte l'autre armature. Une tension apparaît alors aux bornes du condensateur : on dit qu'il se charge.

Les charges portées par les deux armatures sont opposées.
$q_A = - q_B$



q_A et q_B s'expriment en coulomb (C).
$q_A + q_B = 0$

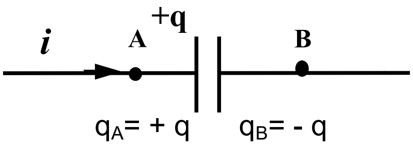
Le courant ne peut pas circuler durablement dans le circuit car il y a un isolant entre les armatures. Ce sont des courants transitoires que nous étudierons dans cette leçon.

Un condensateur est caractérisé par **sa capacité C (unité : Farad).** C'est son aptitude à accumuler beaucoup de charges sur ses armatures. **Il stocke ainsi de l'énergie électrique.**

La capacité d'un condensateur dépend de la nature de l'isolant et de ses caractéristiques géométriques : elle est d'autant plus grande que la surface des armatures est grande et que la distance qui les sépare est faible. (voir AExp)

Les condensateurs utilisés couramment ont des capacités de quelques picofarads à quelques millifarads.

2. Relation charge-intensité



Convention : +q est la charge de l'armature sur laquelle arrive le courant i positif.

En général, l'intensité du courant dans un circuit électrique est le débit des charges électriques, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui traverse une section de conducteur par unité de temps.

En régime permanent, le débit de charge est constant et indépendant du temps, $I = \frac{Q}{\Delta t}$.

En régime variable, la charge électrique et le courant dépendent du temps, à chaque instant, l'intensité i du courant qui arrive sur la plaque de charge q du condensateur est la dérivée de cette charge par rapport au temps. La relation s'écrit :

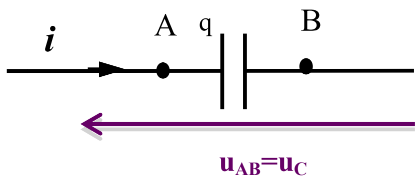
$$\boxed{\mathbf{i = \frac{dq}{dt}}}$$

i en ampère (A) ; q en coulomb(C) ; t en seconde (s)

$\mathbf{\frac{dq}{dt}}$ est la fonction **dérivée de $\mathbf{q}(\mathbf{t})$** par rapport au temps t (Notation différentielle pour la dérivée, notée $\mathbf{q'}(\mathbf{t})$ en mathématiques)

3. Relation charge-tension

Convention récepteur :

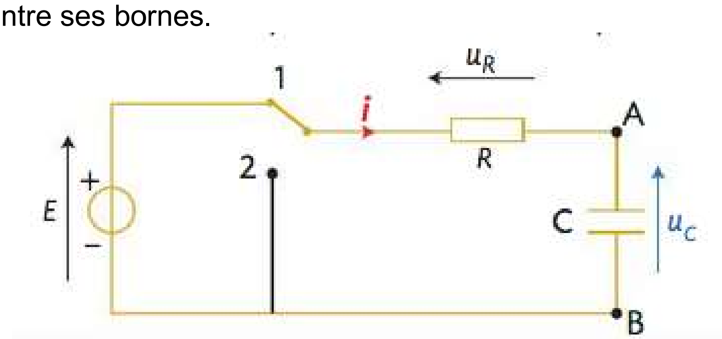


En convention récepteur, à chaque instant, la charge du condensateur q est proportionnelle à la tension u_C entre ses bornes : $\boxed{q = C \times u_C}$.
q en coulomb (C), u_C en volt (V)
Le coefficient de proportionnalité C est la capacité du condensateur en farad (F).

Conséquence : relation intensité-tension

II Modèle du circuit RC série

Un dipôle RC est l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C.
On va étudier comment se charge ou se décharge le condensateur de ce dipôle RC lorsqu'une tension constante est appliquée entre ses bornes.



1. Charge du condensateur

Le condensateur est initialement déchargé. À la date t=0, on bascule l'interrupteur en position 1.

a. Établissement de l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la charge

Loi des mailles :
Loi d'Ohm :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC}u_C + \frac{E}{RC}}$$

b. Point mathématique : solutions d'une équation différentielle du 1er ordre

Les solutions d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$ (a≠0) sont de la forme $y = K.e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K une constante réelle.
Les solutions de l'équation différentielle sont donc de la forme :

$u_C(t) =$

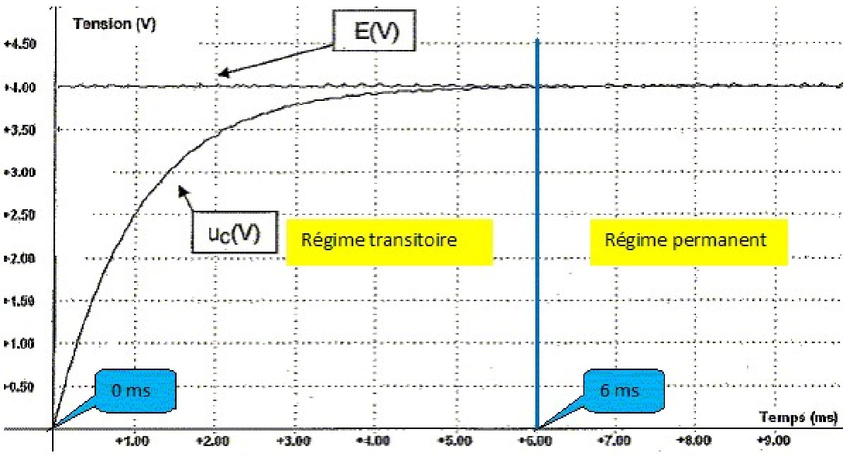
en général	ici
y	
x	
a	
b	

c. Utilisation de la condition initiale pour déterminer la constante K

Initialement, à t=0, le condensateur est déchargé donc $q(0) = 0$ et $u_C(0) = 0$.
$u_C(0) =$

La solution de l'équation différentielle est donc

d. Allure de la courbe : R=10 kΩ et C = 120 nF et E=4V



$u_C(0) = 0$ et $\lim_{t\to\infty} u_C(t) = E$

1° phase : u_C varie, c'est le **régime transitoire**.
2° phase : u_C est constant, c'est le **régime stationnaire** ou **permanent** . u_C=4V =E

2. <u>Décharge du condensateur</u>

Le condensateur est initialement chargé. À la date t=0, on bascule l'interrupteur en position 2.

a. <u>Établissement de l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la décharge et solutions</u>

Loi des mailles :
Loi d'Ohm :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC}u_C}$$

Les solutions d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$ (a≠0) sont de la forme $y = K.e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K une constante réelle.
Les solutions de l'équation différentielle sont donc de la forme :

$u_C(t) =$

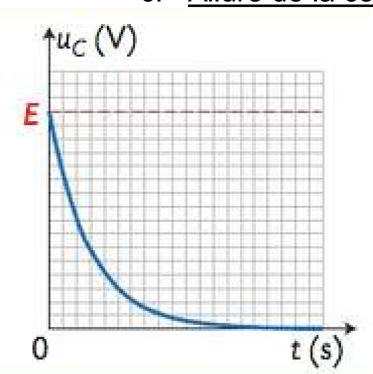
en général	ici
y	
x	
a	
b	

b. <u>Utilisation de la condition initiale pour déterminer la constante K</u>

Initialement, à t=0, le condensateur est chargé donc $u_C(0) = E$.
$u_C(0) =$.

La solution de l'équation différentielle est donc :

c. <u>Allure de la courbe</u>



$$u_C(E) = 0$$
$$\lim_{t\to\infty} u_C(t) = 0$$

On retrouve bien qu'en régime permanent, la tension aux bornes du condensateur est nulle.

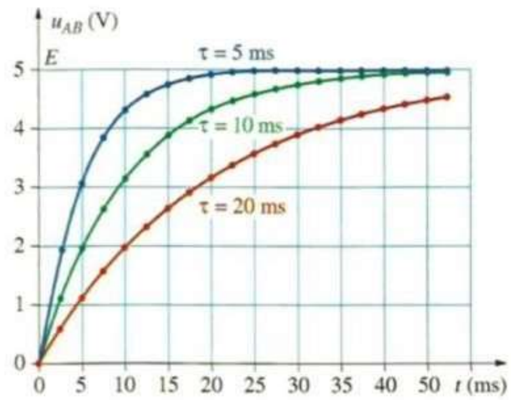
3. <u>Temps caractéristique</u>

Par analyse dimensionnelle des équations différentielles ou des expressions de $u_C(t)$ lors de la charge ou de la décharge du condensateur, on voit que RC **est homogène à un temps**.

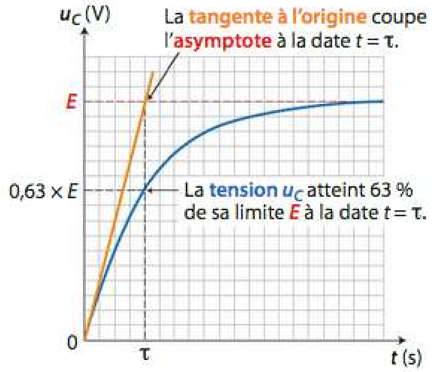
Le produit τ = RC est appelé constante de temps du dipôle RC. Il est homogène à une durée et s'exprime en seconde.

τ est un indicateur de la durée du régime transitoire lors de la charge ou de la décharge du condensateur. En pratique, on considère que le condensateur est totalement chargé ou déchargé (c'est-à-dire que le régime permanent est atteint) au bout d'une durée de **5τ.**

Dans un dipôle RC, la charge ou la décharge du condensateur de capacité C est d'autant plus rapide que la résistance R est faible et que la capacité C est faible.



4. <u>Deux méthodes graphiques de détermination du temps caractéristique</u>



- *<u>méthode 1 :</u>*

Lors de la charge, $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

Pour t = τ

$u_C(\tau) =$

Sur la courbe de charge, τ est donc l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée égale à :

- <u>méthode 2 :</u>

τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote .

<u>Rque</u> : Ces 2 méthodes restent valable lors de la décharge :

- *<u>méthode 1 :</u>* $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}}$

Pour t = τ

$u_C(\tau) =$

Sur la courbe de décharge, τ est donc l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée égale à :

- <u>méthode 2 :</u> τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote